Financial Accounting Research
E-ISSN: 2322-3405
Vol. 17, Issue 1, No.63, 2025, P: 95- 128
Received: 28.07.2025 Accepted: 24.09.2025

Financial Accounting Research

Comparative Meta-Analysis of Arbitrage Opportunities in Option Pricing Models: Evidence from Black-Scholes, Heston, and Binomial Models

Maedeh Alsadat Mahmoudian: Ph.D. Student in Financial Engineering, Department of Management, Dehaghan Branch, Islamic Azad University, Isfahan, Iran.
m.mahmoudian@iau.ac.ir
Abdolmajid Abdolbaghi Ataabadi *: Associate Professor , Department of Management, Faculty of Industrial Engineering and Management, Shahrood University of Technology. Shahrood, Iran.
abdolbaghi@shahroodut.ac.ir
Saeed Aghasi: Assistant Professor, Department of Management, Dehaqhan Branch, Islamic Azad University, Isfahan, Iran.
saeed.aghasi@iau.ac.ir

Abstract

The purpose of this study is to empirically investigate arbitrage based on option pricing models, which uses three pricing methods, including Black-Scholes, Heston, and binomial. This study is an applied analysis with a meta-analysis method in nature. By reviewing 206 published articles and screening the articles in terms of the relevance of the title, abstract, and content to the topic under review, 65 domestic and foreign studies were selected between 2000–2024. The results obtained at the level of studies conducted on call option pricing show that the largest significant effect size on pricing error is related to the binomial, Heston, and Black-Scholes models, respectively. Also, in the case of put option pricing, a comparison of the results shows that the binomial, Black-Scholes, and Heston models have the highest effect size and low efficiency in the field of pricing, respectively. Comparative comparison of the results showed that the effect size related to the pricing error of the Black-Scholes model is greater in Asian studies than in American studies. In other words, the Black-Scholes model has had a higher efficiency in pricing options in the American market than in Asia. Also, the Heston model has had a higher efficiency in pricing options in the Asian market than in the United States. Finally, the results related to the efficiency of the binomial pricing model have not had a relative efficiency in pricing in accordance with the market at the level of American studies and at the level of Asian studies.

Keywords: Black-Scholes Option Pricing Error, Heston Option Pricing Error, Binomial Option Pricing Error.

* Corresponding author
2322-3405 © The author(s) Publisher: University of Isfahan

This is an open access article under the CC-BY-NC 4.0 License (https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0).
10.22108/far.2025.146118.2145

Introduction

The irreversible development of the financial market in the contemporary world has led to the development of various forms of financial instruments (Subalakshmi & Rajkumar, 2022). The use of new financial instruments, and in particular options contracts, as a tool for risk management and profitability creation, can help the stock market thrive and reduce the challenges of industry sectors, as they are important basic tools for financial activities, speculative arbitrage, investment financing, consumer credit, etc. While derivative transactions have become an important element in the stock market in recent years (Subalakshmi & Rajkumar, 2022), the pricing of financial derivative securities has become a very important research field in the modern financial industry. In today's financial market, on the one hand, the continued increase in market uncertainty has made the process of changing the main underlying assets, such as stocks, more complex; On the other hand, the personal needs of various types of customers promote the rapid production and development of new exotic derivative securities with complex profit and loss characteristics. These two reasons lead to the derivation of high-dimensional securities with a complex nature and structure, and increasingly occupy an important position in the financial derivatives market (Xiong, 2020).

However, countless investment strategies analyze past market and stock returns to predict future stock returns. Evidence of the profitability of such strategies rejects the efficient market hypothesis at its weakest level (Rahmani & Sarhangi, 2011). Much empirical evidence shows that stock prices do not reflect all information available in the market (Dolo & Meskini-Maud, 2019) and financial market inefficiencies (such as the options market) indicate that information coverage in prices is not achieved as it should be (Fathi & Fazelian, 2014); Therefore, regardless of the reason for the discrepancy between the market price and the equilibrium price of stocks, achieving a trading strategy that ensures abnormal returns is of particular importance. The efficiency of the derivative market is important for investors in terms of arbitrage, speculation, and risk hedging (Fathi and Fazelian, 2010). Among the common valuation approaches in the capital market, the approach of the absence of arbitrage opportunities (efficient market) is considered one of the powerful tools. In this approach, it is assumed that if risk-free profit and investment opportunities (arbitrage) are found in the market due to the unprofessional behavior of some investors, arbitrageurs will immediately enter the market and eliminate these pricing errors with their transactions (Fathi and Seydian Hashemi, 2010). Derivatives are contracts that are concluded on the basis of any underlying asset, such as a common stock, security, bond, commodity, index, interest rate, currency, etc. A derivative contract is a contract that is concluded between two parties, the buyer and the seller, for a period of time in the future (Arora & Sharma, 2019).

Option contracts can be divided into two categories: call options and put options. A call option is an option that gives its holder the right (not the obligation) to purchase a specific amount of the instrument on which the contract is based for a specific amount at a specific time and price. A put option is an option that gives its holder the right (not the obligation) to sell a specific number of the instruments on which the contract is based for a specific amount at a specific time and price (Shang & Byrne, 2020).

The low transaction costs of options and the increasing value of stock option market transactions on the Tehran Stock Exchange and the acceptance of these instruments by investors with varying degrees of risk aversion double the importance of examining and valuing options (Peymani et al., 1402). From this perspective, one of the topics of interest

to financial analysts and economists is the pricing and analysis of price fluctuations of new instruments such as options and other financial instruments (Baghestani et al., 2018). Option pricing is one of the most important and challenging topics in the field of financial mathematics (Namdari and Hamidi, 2018; Dastranj et al., 2010; Nabavi Chashmi and Bahramzadeh, 2018).

Option pricing models are an important part of derivative transactions and are excellent at accurately replicating the ideal pricing of corporate debt. At the same time, these models are effective tools for assessing the risk associated with loan guarantees, insurance, and pensions (Shang & Byrne, 2020). he most widely used option pricing model is the Black-Scholes model, which aims to solve partial differential equations. The Black-Scholes model is a widely accepted model for option pricing. This equation is used to price various types of European put and call options. Meanwhile, the binomial tree model is also widely used in dynamic coding (Luo & Wang, 2023). The Black-Scholes stock option pricing model is often used in conjunction with Monte Carlo simulation for option pricing. Undoubtedly, the Black-Scholes model (1973) revolutionized the option pricing method; however, the Black-Scholes model assumes that the volatility of asset returns is constant, which is not consistent with practical financial markets (Xu et al. 2023). To overcome this shortcoming, after Black-Scholes, many experts proposed models for volatility dynamics. One of the most effective models was the Heston model (1993), which also needed serious revision due to the fact that it did not consider rare events in the market, such as financial crises or the arrival of new information that had an impact on the market. Extensive studies continued in this field, and among the new models, the Bates model (1996) seemed closer to the real market model and, consequently, more efficient. The price of financial options can be calculated based on any of these models (Pinto, 2018).

The pricing of an option contract depends on three factors: the difference between the strike price of the option and the underlying stock, the number of days remaining until expiration, and the expected volatility of the stock in the remaining days. Naturally, the price of highly volatile options is more expensive than the price of low-volatility options. Although options trading may be intimidating for some new market participants, they can use pricing models to limit their trading risk and increase their investment returns.

Empirical evidence has shown that the use of each of the methods and models for pricing financial derivatives has led to different results and does not provide a clear path for investors in the options market to follow. Accordingly, in order to summarize the results obtained and the effectiveness of using financial derivative pricing models, the present study reviews and meta-analyzes financial derivative pricing models that have been studied in recent years and, based on empirical evidence, identifies arbitrage opportunities resulting from the use of different pricing models for trading options. The goal of investors in using these pricing strategies is to diversify their investment portfolio, maximize profits, and minimize losses. The importance of option contracts is in providing opportunities for investors to manage a situation with less liquidity. In other words, this feature causes the profit or loss of transactions in a period of time to be multiplied by the customer's contribution. By purchasing an option contract on an underlying asset instead of the underlying asset itself, the potential risk of the investment is reduced, and the loss of the transaction is limited to the cost paid to purchase the option. In fact, option contracts are used as a risk-hedging tool that allows the investor to cover his risk against adverse price fluctuations. By selling a stock option contract, the investor can not limit his income from

the stock to only stock returns and dividends, and can benefit from its price fluctuations without owning the underlying stock. It allows the investor to fix his purchase or sale cash flow by paying a percentage of the share price and making the appropriate decision during the remaining time until maturity. The presence of an option in the investment portfolio as a derivative asset allows the investor to diversify the portfolio. Given the growth of financial derivative markets, examining the pricing models of the options market and its empirical results will be very important and useful in order to increase traders' knowledge and achieve greater efficiency and profitability, and the lack of research in this field highlights the necessity of conducting the present study. Considering what has been stated, pricing models seek to predict the value of financial derivatives, and models that can make more accurate predictions create fewer arbitrage opportunities and contribute to market efficiency. Therefore, the purpose of the present study is to examine and analyze pricing models in the financial derivatives market, which is also considered an innovation of the study. The study seeks to answer the question of how efficient the pricing models of the stock options market are, and which model has been more efficient and effective from an empirical point of view.

Methods & Material

This research seeks to examine and compare the Black-Scholes, Binomial, and Heston pricing methods; to investigate this goal, the meta-analysis method was used to combine the results of studies conducted in the field of pricing models. The statistical population of this research includes articles and theses available and related to domestic and foreign studies conducted in the field of investigating arbitrage based on the Black-Scholes, Binomial, and Heston option pricing models among American and Asian countries. Statistical samples with different pricing methods or invalidity were excluded from the statistical population of the research, and a total of 65 articles were accepted in the evaluation process.

Findings

In this study, to evaluate the efficiency of option pricing models, after collecting articles and applied research in the field of Black-Scholes, Heston and binomial pricing models, the efficiency of the models was examined based on pricing error at the level of global and regional studies using a meta-analysis approach. Given the diversity of option pricing models, models that have the necessary multiplicity for meta-analysis were used. Tests conducted in the field of heterogeneity showed that at the level of the total studies examined, except for studies related to the Heston pricing method in the field of call option pricing, which had homogeneity, other studies did not have homogeneity; therefore, the random effects model was used to evaluate the effect size.

Conclusion & Results

At the level of studies conducted on call option pricing, the largest significant effect size on pricing error is related to the binomial model, Heston and Black-Scholes, respectively, which indicates the greater pricing error of these models, respectively. In fact, the models have not been efficient in price prediction. Also, in the case of put option pricing, a comparison of the results shows that the binomial models, Black-Scholes and Heston, respectively, have had the highest effect size and low efficiency in pricing. Considering the

different efficiency of regional markets, a comparative analysis of the results in these two regions was carried out by separating the studies conducted in the United States and Asia. The low number of similar studies in the European and African markets, etc., made it difficult to make further classifications. Comparative comparison of the results shows that the effect size related to the pricing error of the Black-Scholes model is greater in Asian studies than in American studies, in other words, the Black-Scholes model has had a higher efficiency in pricing options in the American market than in Asia. Also, comparative comparison of the results shows that the effect size related to the pricing error of the Heston model is greater in American studies than in Asian studies, in other words, the Heston model has had a higher efficiency in pricing options in the Asian market than in America. Finally, the results related to the efficiency of the binomial pricing model in American studies show that the pricing error of the binomial model is not significant in the American market, while it has not had a relative efficiency in pricing according to the market in Asian studies.

پژوهش‌های حسابداری مالی
سال هفدهم، شماره اول، پیاپی (٦٣)، ١٤٠٤، ص: ٩٥- ١٢٨
تاریخ وصول: ١٤٠٤/٠٥/٠٦ تاریخ پذیرش:١٤٠٤/٠٧/٠٨

فراتحلیل مقایسه‌ای فرصت‌های آربیتراژ مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار معاملات: شواهدی از مدل‌های بلک-شولز؛ هستون و دوجمله‌ای

مائده السادات محمودیان: دانشجوی دکتری مهندسی مالی، گروه مدیریت، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد دهاقان، اصفهان، ایران.
m.mahmoudian@iau.ac.ir

عبدالمجید عبدالباقی عطاآبادی*
دانشیار مدیریت مالی، گروه مدیریت، دانشکدهٔ مهندسی صنایع و مدیریت، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران.
abdolbaghi@shahroodut.ac.ir

سعید آقاسی
استادیار گروه مدیریت، دانشگاه آزاد اسلامی واحد دهاقان، اصفهان، ایران
saeed.aghasi@iau.ac.ir

چکیده

هدف از این پژوهش بررسی تجربی آربیتراژ مبتنی بر مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار معاملات است. در این پژوهش، از سه روش قیمت‌گذاری شامل بلک-شولز، هستون و دوجمله‌ای استفاده شده است. این پژوهش، از نظر ماهیت، تحلیلی کاربردی با روش فراتحلیل است. با بررسی ٢٠٦ مقالهٔ منتشرشده و غربال‌کردن مقاله‌ها از نظر تناسب عنوان، چکیده و محتوا با موضوع مورد بررسی، ٦٥ مطالعهٔ داخلی و خارجی در بین سال‌های ٢٠٠٠-٢٠٢٤ انتخاب شدند. بر اساس نتایج حاصل در سطح مطالعات انجام‌شده دربارهٔ قیمت‌گذاری اختیار خرید، به‌ترتیب بیشترین اندازهٔ اثر معنادار در رابطه با خطای قیمت‌گذاری مربوط به مدل دوجمله‌ای، هستون و بلک-شولز است. همچنین، در رابطه با قیمت‌گذاری اختیار فروش، مقایسهٔ نتایج نشان می‌دهد به‌ترتیب مدل‌های دوجمله‌ای، بلک-شولز و هستون از بیشترین اندازهٔ اثر و کارایی کم در زمینهٔ قیمت‌گذاری برخوردار بوده‌اند. مقایسهٔ تطبیقی نتایج نشان داد اندازهٔ اثر مربوط به خطای قیمت‌گذاری اختیار خرید و فروش مدل بلک-شولز در سطح مطالعات آسیایی بیشتر از مطالعات آمریکایی است؛ به عبارتی، مدل بلک-شولز از کارایی بیشتری در قیمت‌گذاری اختیارهای بازار آمریکا نسبت به آسیا برخوردار بوده است. همچنین، مدل هستون از کارایی بیشتری در قیمت‌گذاری اختیارهای بازار آسیا نسبت به آمریکا برخوردار بوده است. در نهایت، نتایج مربوط به کارایی مدل قیمت‌گذاری دوجمله‌ای در سطح مطالعات آمریکایی و در سطح مطالعات آسیایی دارای کارایی نسبی در قیمت‌گذاری متناسب با بازار نبوده است.

واژه‌های کلیدی: خطای قیمت‌گذاری اختیار خرید و فروش به روش بلک-شولز، خطای قیمت‌گذاری اختیار خرید و فروش به روش هستون، خطای قیمت‌گذاری اختیار خرید و فروش به روش دوجمله‌ای.

* نویسنده مسئول

2322-3405© The author(s) Publisher: University of Isfahan
This is an open access article under the CC-BY-NC 4.0 License (https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0).
10.22108/far.2025.146118.2145

مقدمه

توسعهٔ غیرقابل تغییر بازار مالی در دنیای معاصر پیشرفت در اشکال مختلف ابزارهای مالی را به دنبال داشته است (Subalakshmi & Rajkumar, 2022). به‌کارگیری ابزار نوین مالی و به طور ویژه قراردادهای اختیار معامله به عنوان ابزاری برای مدیریت ریسک و ایجاد سودآوری، می‌تواند به رونق بورس و کاهش چالش‌های بخش‌های صنایع کمک کند؛ زیرا ابزارهای اساسی مهم فعالیت‌های مالی آربیتراژ سفته‌بازی، تأمین مالی سرمایه-گذاری، اعتبار مصرفی و غیره هستند. در حالی که معاملات مشتقه در سال‌های اخیر به یک عنصر مهم در بازار سهام (Subalakshmi & Rajkumar, 2022) و قیمت‌گذاری اوراق بهادار مشتقه مالی به یک زمینهٔ پژوهشی بسیار مهم در صنعت مالی مدرن تبدیل شده است، در بازار مالی امروز، از یک سو، افزایش ادامهٔ میزان عدم اطمینان بازار روند تغییر دارایی‌های اساسی اصلی مانند سهام را پیچیده‌تر و بیشتر کرده است و از سوی دیگر، نیازهای شخصی انواعی مختلف از مشتریان تولید و توسعهٔ سریع اوراق بهادار مشتقه جدید عجیب‌وغریب با ویژگی‌های سود و زیان پیچیده را ترویج می‌کند. این دو دلیل باعث مشتق‌شدن اوراق بهادار با ابعاد زیاد و با ماهیت و ساختار پیچیده می‌شوند و به طور فزاینده جایگاهی مهم را در بازار مشتقات مالی اشغال می‌کنند (Xiong, 2020).

یکی از ویژگی‌های منحصربه‌فرد بازار اختیار معامله اجازهٔ فرصت‌های معاملاتی فراوان است. در حالی که سرمایه‌گذاران سهام فقط بازده خطی دریافت می‌کنند و همچنین، ممکن است در فروش کوتاه‌مدت محدود شوند، معامله‌گران اختیار معاملات می‌توانند ساختارهای سودآور مختلفی بسازند تا در معرض ریسک خاص قیمت و نوسانات اساسی سهام قرار بگیرند (Hu et al., 2023). دست‌یابی توأمان به بیشینهٔ بازدهی و کمینهٔ ریسک هدفی است که همیشه فعالان بازار سرمایه برای تحقق آن در جست‌وجوی الگوهای معاملاتی موفق بوده‌اند. گنجاندن اختیار معاملات در پرتفوی می‌تواند ریسک مرتبط با یک متغیر خاص را از بین ببرد (Sand & Borchgrevink-Persen, 2017).

با این حال، راهبردهای سرمایه‌گذاری بی‌شماری وجود دارند که بازده‌های گذشتهٔ بازار و سهام را برای پیش‌بینی روند بازدهی آیندهٔ سهام تحلیل می‌کنند. شواهد سودآوری چنین راهبردهایی فرضیهٔ بازار کارا را در سطح ضعیف آن رد می‌کند (رحمانی و سرهنگی، ۱۳۹۰). بسیاری از شواهد تجربی نشان می‌دهد قیمت سهام منعکس‌کنندهٔ کلیهٔ اطلاعات موجود در بازار نیست (دولو و مسکینی مود، ۱۳۹۸) و ناکارایی بازار مالی (مانند بازار اختیارات) نشان می‌دهد پوشش اطلاعات در قیمت، آن‌گونه که باید، محقق نمی‌شود (فتحی و فاضلیان، ١٤٠١)؛بنابراین، صرف‌نظر از دلیل مغایرت قیمت بازار و قیمت تعادلی سهام، دست‌یابی به راهبرد معاملاتی متضمن کسب بازده غیرعادی از اهمیتی ویژه برخوردار است. کارایی بازار مشتقه برای سرمایه‌گذاران به دلیل آربیتراژگری، سفته‌بازی و پوشش ریسک، اهمیت دارد (فتحی و فاضلیان، ١٤٠١). در میان رویکردهای متداول ارزش‌گذاری در بازار سرمایه، رویکرد عدم وجود فرصت‌های آربیتراژ (بازار کارا) یکی از ابزارهای قدرتمند محسوب می‌شود. در این رویکرد، فرض بر این است که اگر در بازار به دلیل رفتارهای غیرحرفه‌ای برخی از سرمایه‌گذاران، فرصت‌های سود بدون ریسک و سرمایه‌گذاری (آربیتراژ) یافت شوند، بی‌درنگ آربیتراژگران وارد

بازار می‌شوند و با معاملات خود، این اشتباهات قیمت‌گذاری را از بین می‌برند(فتحی و هاشمی، ۱۳۹۹). مشتقات قراردادهایی هستند که بر اساس هر یک از دارایی اساسی، مانند یک سهام ساده، اوراق بهادار، اوراق قرضه، کالا، شاخص و غیره منعقد می‌شوند. قرارداد مشتقه عبارت است از قراردادی که بین دو طرف خریدار و فروشنده در آینده بسته می‌شود (Arora & Sharma, 2019). یک اختیار معامله هم می‌تواند تقریباً همهٔ انواع دارایی‌های مالی به عنوان یک پایه را داشته باشد. اختیارات معامله قراردادهای قانونی هستند که در آنها حق (اما نه تعهد) خرید/فروش ابزار پایه (دارایی) با یک قیمت معین به خریدار واگذار می‌شود و اصولاً قراردادهایی است که همانند دیگر قراردادها، در آنها دو طرف یا دو گروه معامله‌ای وجود دارند؛ خریدار اختیار و فروشندهٔ اختیار که با یکدیگر توافق می‌کنند تا خریدار در ازای پرداخت مبلغی، حق یا اختیار خرید یا فروش یک دارایی معین را با قیمتی معین در آینده دریافت کند (Priyatna et al., 2023).

هزینه‌های معاملاتی کم اوراق اختیار معامله و رشد روزافزون ارزش معاملات بازار اختیار معاملهٔ سهام در بورس تهران و استقبال سرمایه‌گذاران با درجه‌های مختلف ریسک‌گریزی از این اوراق اهمیت بررسی و ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله را دوچندان می‌کند (پیمانی و همکاران، ۱۴۰۲). از این نظر، از موضوع‌های مورد علاقهٔ تحلیل‌گران مالی و اقتصاددانان قیمت‌گذاری و تحلیل نوسان‌های قیمت ابزاری نوین همچون اختیار معامله‌ها و دیگر ابزارهای مالی هستند. (باغستانی و همکاران، ۱۳۹۷).

امروزه، مدل‌هایی مختلف برای قیمت‌گذاری ارزش منصفانهٔ قراردادهای اختیار وجود دارند. مدل قیمت‌گذاری اختیار معامله مبتنی بر این است که در آینده، قیمت دارایی پایه در مقایسه با قیمت لحظه‌ای آن دارایی اساسی، افزایش یا کاهش می‌یابد (Arora & Sharma, 2019). پرکاربردترین مدل قیمت‌گذاری اختیار معامله، مدل بلک–شولز است که هدف آن حل معادلات دیفرانسیل جزئی است. مدل بلک–شولز برای قیمت‌گذاری اختیار معامله، مدلی بسیار پذیرفته‌شده است. این معادله برای قیمت‌گذاری انواع اختیارهای خرید و فروش اروپایی استفاده می‌شود. در همین حال، مدل درخت دوجمله‌ای نیز به طور گسترده در کدگذاری پویا استفاده می‌شود (Luo & Wang, 2023).

مدل بلک–شولز فرض می‌کند نوسانات بازده دارایی ثابت است که با بازارهای مالی عملی مطابقت ندارد (Xu et al., 2023). برای رهایی از این نقص، بعد از بلک–شولز، کارشناسان بسیاری مدل‌هایی برای پویایی‌های نوسانات ارائه کردند. از مؤثرترین مدل‌ها، مدل هستون (1993) بود که آن نیز به دلیل در نظر نگرفتن اتفاقات نادر در بازار، یعنی اتفاقاتی از جمله بحران‌های مالی یا رسیدن اطلاعات جدید تأثیرگذار به بازار، نیاز به بازنگری جدی داشت (Heston, 1993). در این زمینه، مطالعات گسترده‌ای ادامه یافتند و از بین مدل‌های جدید، مدل بیتس (1996) به مدل واقعی بازار نزدیک‌تر و به‌تبع آن کارآمدتر به نظر می‌رسید (Bates, 1996). قیمت اختیار معاملات مالی را می‌توان بر اساس هر یک از این مدل‌ها محاسبه کرد (Pinto, 2018).

شواهد تجربی نشان داده است استفاده از هر کدام از روش‌ها و مدل‌های قیمت‌گذاری مشتقه‌های مالی به نتایجی متفاوت منتهی شده است و خط سیر روشنی را برای الگودهی به سرمایه‌گذاران بازار اختیار مشخص نمی‌کند. بر این اساس، به منظور تجمیع نتایج به‌دست‌آمده و اثربخشی استفاده از مدل‌های قیمت‌گذاری

مشتقه‌های مالی، پژوهش حاضر مدل‌های قیمت‌گذاری مشتقه‌های مالی را بررسی و فراتحلیل می‌کند که در سال‌های اخیر بررسی شده‌اند و بر اساس شواهد تجربی، فرصت‌های آربیتراژ ناشی از به‌کارگیری مدل‌های قیمت‌گذاری مختلف اختیار معاملات را شناسایی می‌کند. هدف سرمایه‌گذاران برای استفاده از این راهبردهای قیمت‌گذاری متنوع‌کردن سبد سرمایه‌گذاری، بیشینه‌کردن سود و کمینه‌کردن میزان ضرر است. اهمیت قراردادهای اختیار معامله در فراهم‌کردن فرصت‌هایی برای سرمایه‌گذاران است تا یک وضعیت را با نقدینگی کمتری مدیریت کنند. به عبارت دیگر، این ویژگی باعث می‌شود سود یا زیان معاملات در یک دورهٔ زمانی، نسبت به آوردهٔ مشتری، چند برابر شود. با خرید قرارداد اختیار معاملهٔ یک دارایی پایه به‌جای خود دارایی پایه، ریسک بالقوهٔ سرمایه‌گذاری کاهش می‌یابد و زیان معامله محدود به هزینه‌ای است که برای خرید اختیار معامله پرداخت می‌شود. در واقع، از قراردادهای اختیار معامله به عنوان ابزاری برای پوشش ریسک استفاده می‌شود که به سرمایه‌گذار اجازه می‌دهد تا ریسک خود را در مقابل نوسانات نامطلوب قیمت پوشش دهد. سرمایه‌گذار می‌تواند با فروش قرارداد اختیار معاملهٔ سهام، درآمد خود از سهام را فقط به بازدهی سهام و سود تقسیمی محدود نکند و بدون در اختیار داشتن سهم پایه، از نوسان قیمت آن منتفع شود. این کار به سرمایه‌گذار امکان می‌دهد تا با پرداخت درصدی از قیمت سهم، جریان نقدی خرید یا فروش خود را ثابت کند و در زمان باقی‌مانده تا سررسید، تصمیم مناسب را اتخاذ کند. وجود اختیار معامله در سبد سرمایه‌گذاری به عنوان یک دارایی مشتقه، امکان متنوع‌سازی سبد را به سرمایه‌گذار می‌دهد. با توجه به رشد بازارهای مالی مشتقه، بررسی مدل‌های قیمت‌گذاری بازار اختیار معامله و نتایج تجربی آن برای افزایش دانش معامله‌گران و کسب بازدهی و سودآوری بیشتر معامله‌گران بسیار حائز اهمیت و مفید خواهد بود و فقدان پژوهش در این زمینه ضرورت انجام پژوهش حاضر را برجسته می‌کند. با توجه به آنچه بیان شد، مدل‌های قیمت‌گذاری درصدد پیش‌بینی ارزش مشتقه‌های مالی هستند و مدل‌هایی که بتوانند پیش‌بینی دقیق‌تری را ارائه دهند، فرصت‌های آربیتراژی کمتری را ایجاد می‌کنند و به کارایی بازار کمک می‌کنند. از این رو، هدف پژوهش حاضر بررسی و تحلیل مدل‌های قیمت-گذاری در بازار مشتقه‌های مالی است که نوآوری پژوهش نیز محسوب می‌شود. همچنین، با عنایت به کمبود مطالعه در رابطه با مقایسهٔ مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار معاملات و بررسی فرصت‌های آربیتراژ آنها به ویژه در داخل کشور، می‌توان ادعا کرد این پژوهش، نخستین پژوهش در این زمینه است. پژوهش به دنبال پاسخ‌یابی این پرسش‌هاست که کارایی مدل‌های قیمت‌گذاری بازار اختیار معاملات سهام چگونه است و ازنظر تجربی بازدهی و کارایی کدام مدل بیشتر بوده است.

مبانی نظری و پیشینهٔ پژوهش

مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار معامله در انعکاس دقیق قیمت‌گذاری ایده‌آل بدهی شرکت‌ها عالی هستند. هم زمان، این مدل‌ها ابزارهایی مؤثر برای ارزیابی ریسک مرتبط با ضمانت‌های وام و بیمه بازنشستگی هستند که در زیر چند مدل ارائه‌شده در این پژوهش بررسی می‌شوند.

مدل قیمت‌گذاری بلک-شولز

اختیار معامله‌ها، به عنوان مشتقات مالی کلیدی، با ارائهٔ ابزارهایی برای پوشش ریسک و بهینه‌سازی سبد سهام، نقشی مهم در بازارهای مالی مدرن ایفا می‌کنند. مدل بلک-شولز، سنگ بنای مالی مدرن، یک چارچوب ریاضی دقیق برای قیمت‌گذاری اختیار معامله بر اساس فرایندهای تصادفی قیمت دارایی‌ها ارائه می‌دهد و به طرزی جالب توجه رشد بازارهای مشتقات مالی را پیش می‌برد. با این حال، فرضیه‌های اصلی مدل شامل بازارهای بدون اصطکاک، حرکت براونی هندسی و نوسانات ثابت، معمولاً با شرایط بازار دنیای واقعی متفاوت هستند و منجر به عدم دقت در قیمت‌گذاری می‌شوند. برای برطرف‌کردن این محدودیت‌ها، پژوهشگران بهبودهایی مانند مدل‌های نوسان تصادفی را برای ثبت پویایی نوسانات و مدل‌های پرش-انتشار را برای در نظر گرفتن تغییرات ناگهانی قیمت معرفی کرده‌اند. در حالی که این پیشرفت‌ها دقت مدل را بهبود می‌بخشند، چالش‌هایی در ایجاد تعادل بین پیچیدگی و کاربرد، به ویژه در بازارهای پیچیده، باقی می‌مانند (Chowdhury et al., 2020).

مدل بلک-شولز بر اساس فرضیه‌های کلیدی زیر بنا شده است که نه فقط مدل را از نظر ریاضی قابل حل می‌کنند، بلکه شرایط ایده‌آل بازار برای قیمت‌گذاری اختیار معامله را نیز منعکس می‌کنند: اول، فرض می‌شود بازار بدون اصطکاک است؛ این بدان معناست که هیچ هزینهٔ معامله، مالیات یا سایر عوامل اصطکاکی وجود ندارد و به سرمایه‌گذاران اجازه می‌دهد تا بدون محدودیت، دارایی‌ها را خرید و فروش کنند (0Lin & He, 202). دوم، فرض می‌شود تغییرات پویا در قیمت دارایی پایه از یک حرکت براونی هندسی پیروی می‌کند. این فرض نشان می‌دهد بازده لگاریتمی قیمت دارایی‌ها از یک توزیع نرمال پیروی می‌کند. سوم، مدل بلک-شولز فرض می‌کند نوسانات (σ) و نرخ بهرهٔ بدون ریسک (r) شناخته‌شده و ثابت هستند. در حالی که فرض نوسانات ثابت استنتاج نظری را ساده می‌کند، در بازارهای واقعی، نوسانات معمولاً با زمان و شرایط بازار تغییر می‌کند (Bajaj & Kaur, 2020). علاوه بر این، این مدل فرض می‌کند دارایی پایه در طول دورهٔ اعتبار اختیار معامله، سود سهام یا سایر اشکال درآمد پرداخت نمی‌کند؛ شرطی که در درجهٔ اول برای اختیار معامله‌های سهام بدون سود سهام اعمال می‌شود. در نهایت، فرض می‌شود بازار بدون آربیتراژ است. تحت این فرض، سرمایه‌گذاران نمی‌توانند با ترکیب دارایی‌های نقدی و اختیار معامله به سود بدون ریسک دست یابند (Xiang, 2025). این فرض مستقیماً با کارایی بازار مرتبط است و به عنوان پایه‌ای برای ساخت پرتفوی‌های بدون ریسک در استنتاج مدل بلک-شولز عمل می‌کند. به طور خلاصه، فرضیه‌های اساسی مدل بلک-شولز، امکان‌سنجی ریاضی برای استخراج نظری آن و پایه و اساسی برای کاربرد عملی آن را فراهم می‌کند. با این حال، این ویژگی‌های ایده‌آل، کاربرد مدل را در محیط‌های بازار پیچیده نیز محدود و راه را برای پژوهش‌های بیشتر دربارهٔ بهبود مدل هموار می‌کنند (Qian et al., 2022).

مدل بلک-شولز بیشتر برای قیمت‌گذاری اختیار معامله‌های اروپایی استفاده می‌شود. سرمایه‌گذاران از طریق فرمول آن می‌توانند به‌سرعت قیمت نظری اختیار معامله‌ها را محاسبه کنند و به شرکت‌کنندگان بازار در تصمیم‌گیری‌های معاملاتی کمک کنند. علاوه بر این، مؤسسه‌های مالی عمدتاً از این مدل به عنوان ابزاری اساسی برای ساخت و مدیریت پرتفوی‌های پیچیده استفاده می‌کنند. به طور ویژه، هنگامی که قیمت سهام به قیمت توافقی اختیار معامله نزدیک می‌شود، ارزش اختیار معامله به تغییرات قیمت بسیار حساس می‌شود. این

حساسیت به سرمایه‌گذاران بینش‌هایی ارزشمند برای بهینه‌سازی زمان‌بندی معاملاتشان ارائه می‌دهد (Zhang & Zheng, 2023). علاوه بر این، مدل بلک–شولز به عنوان پایهٔ نظری برای نوآوری مشتقات مالی عمل می‌کند و انواع جدید زیادی از اختیار معامله‌ها و مشتقات مالی بر اساس چارچوب منطقی این مدل طراحی‌شده‌اند. در مدیریت ریسک، مدل بلک–شولز به طور گسترده برای تدوین راهبردهای پوشش ریسک استفاده می‌شود. علاوه بر این، مدل بلک–شولز در سناریوهای مختلف مالی کمی اعمال می‌شود. برای مثال، در ادغام و تملک شرکت‌ها، این مدل می‌تواند برای ارزیابی ارزش آپشن‌های واقعی و پشتیبانی از تصمیم‌های سرمایه‌گذاری راهبردی استفاده شود (Xiang, 2025).

در تحلیل ریسک اعتباری، مبانی نظری مدل بلک–شولز به توضیح قیمت‌گذاری بازار و ریسک نکول بدهی شرکت‌ها کمک می‌کنند. این امر نشان می‌دهد در حالی که این مدل در ابتدا برای قیمت‌گذاری آپشن طراحی شده بود، منطق ریاضی و چارچوب نظری آن از تطبیق‌پذیری زیادی برخوردار است. با وجود مزایای متعدد مدل بلک–شولز در کاربردهای عملی، عملکرد آن به‌شدت به این امر بستگی دارد که آیا شرایط بازار با فرضیه‌های اساسی آن هم‌سو است یا خیر. برای مثال، وقتی نوسانات بازار نسبتاً پایدار است و دارایی اصلی سود سهام پرداخت نمی‌کند، این مدل معمولاً نتایج قیمت گذاری دقیقی ارائه می‌دهد. با این حال، در شرایطی که نوسانات مرتباً نوسان دارد یا شرایط بازار پیچیده است، مدل ممکن است خطاهای قیمت‌گذاری جالب توجهی را نشان دهد. این جنبه در بحث بعدی دربارهٔ محدودیت‌های مدل بیشتر بررسی خواهد شد. به طور خلاصه، مدل بلک–شولز، به عنوان ابزاری حیاتی در بازارهای مالی، نه فقط فرمول‌های قیمت‌گذاری نظری دقیقی را ارائه می‌دهد، بلکه پشتیبانی قوی از تصمیم‌گیری را برای سرمایه‌گذاران و مؤسسه‌ها نیز فراهم می‌کند. اگرچه فرضیه‌های اساسی آن کاربردپذیری آن را در سناریوهای خاص محدود می‌کنند، کاربرد گسترده و سهم جالب توجه آن در توسعهٔ مهندسی مالی غیرقابل‌انکار است (Roul, 2022).

مدل قیمت‌گذاری دوجمله‌ای قراردادهای اختیار معامله

کاکس و همکاران (1979) ابتدا مدل قیمت‌گذاری اختیار معاملهٔ درخت دوجمله‌ای را پیشنهاد کردند که به طور گسترده در قیمت‌گذاری اختیار معاملهٔ آمریکایی استفاده شده است (Cox et al., 1979). گربسیوتیس (2003) مدل درخت دوجمله‌ای را بهبود بخشید، برای اولین بار یک مدل قیمت‌گذاری اختیار معاملهٔ درخت سه‌جمله‌ای پیشنهاد کرد و پژوهش‌هایی عمیق در زمینهٔ قیمت‌گذاری اوراق قرضهٔ قابل تبدیل انجام داد (Gerbessiotis, 2003). آلتینتینگ و باتلر (2005) معتقد هستند قیمت تبدیل مشخص‌شده توسط شرکت، قیمت خرید معقول اوراق قرضهٔ قابل تبدیل است که معمولاً بیشتر از قیمت صدور با حق بیمهٔ مشخص است (Altintig & Butler, 2005). شویمر و هربون (2020) از یک مدل قیمت‌گذاری اختیار معاملهٔ درخت دوجمله‌ای استفاده کردند و شرایط خرید و فروش را در نظر گرفتند و قیمت نظری را با ارزش واقعی بازار مقایسه کردند. نتایج نشان داد این نظریه ممکن است ارزش واقعی اوراق قرضهٔ قابل تبدیل را کمتر از حد واقعی تخمین بزند (Shvimer & Herbon, 2020).

مدل دوجمله‌ای، برخلاف مدل بلک–شولز، یک نتیجهٔ عددی را بر اساس ورودی‌ها ارائه و امکان محاسبهٔ قیمت دارایی و قراردادهای اختیار معامله را در دوره‌های متعدد همراه با طیفی از نتایج ممکن برای هر دوره فراهم می‌کند (Luo & Wang, 2023). مزیت این تصویر چنددوره‌ای این است که به کاربر اجازه می‌دهد تا تغییر قیمت دارایی را از دوره‌ای به دورهٔ دیگر در ذهن خود تجسم و ارزش قرارداد اختیار معامله را بر اساس

تصمیم‌های اتخاذشده در مقاطع زمانی مختلف ارزیابی کند. مدل دوجمله‌ای در رابطه با قراردادهای اختیار معاملهٔ آمریکایی که در هر زمانی قبل از تاریخ انقضا قابل اجرا هستند، نیز ممکن است بینشی دربارهٔ زمانی ارائه دهد که اجرای قرارداد معقول و مناسب به نظر می‌رسد و زمانی که بهتر است قرارداد مدت زمان طولانی‌تری نگهداری شود. هر معامله‌گر با نگاه‌کردن به درخت دوجمله‌ای مقادیر می‌تواند پیش‌بینی کند چه زمانی تصمیم به اجرای قرارداد گرفته خواهد شد. اگر قرارداد اختیار معامله در سود باشد، امکان اجرای قرارداد وجود دارد؛ در حالی که اگر قرارداد اختیار معامله در ضرر باشد، باید برای دوره‌های طولانی‌تر نگهداری شود. روش اصلی محاسبهٔ مدل دوجمله‌ای قیمت گذاری قراردادهای اختیار معامله این است که تا زمان تاریخ انقضای قراردادهای اختیار معامله از احتمالی یکسان در هر دوره برای موفقیت و شکست استفاده شود. با این حال، هر معامله‌گر می‌تواند بر اساس اطلاعات جدیدی که با گذشت زمان به دست می‌آید، احتمالاتی مختلف را برای هر دوره در نظر بگیرد. درخت دوجمله‌ای ابزاری مفید برای قیمت‌گذاری قراردادهای اختیار معاملهٔ آمریکایی و قراردادهای اختیار معاملهٔ تعبیه‌شده است. سادگی این مدل به طور هم-زمان هم مزیت و عیب آن به حساب می‌آید. مدل‌سازی دیفرانسیل درختی آسان است؛ اما مشکل اصلی در مقادیر ممکنی است که قیمت هر دارایی اصلی در یک دورهٔ مشخص ممکن است اختیار کند (Luo & Wang, 2023).

مدل هستون

مدل‌های نوسان تصادفی به طور گسترده در ادبیات مطالعه شده‌اند و یکی از رویکردهای مهم مدل هستون (1993) و بسط‌های آن است. در مدل استاندارد هستون، واریانس آنی یک فرایند با ریشهٔ دوم میانگین-بازگشت‌پذیر است. از یک سو، در مقایسه با چارچوب بلک-شولز، مدل هستون این مزیت را دارد که برخی از حقایق سبک‌شده در بازارهای اختیار معاملهٔ سهام و ارز خارجی را بازتولید کند. این مدل قابلیت تجزیه‌وتحلیل فرمول‌های قیمت‌گذاری را فراهم می‌کند که امکان کالیبراسیون کارآمد را فراهم می‌کند. از سوی دیگر، این مدل قادر به تولید مسیرهای شدید نوسان در دوره‌های بحران، حتی با پارامتر نوسان‌پذیری نوسان بسیار زیاد، نیست. برای ارائهٔ نتایج سازگارتر با مطالعات تجربی، یک بسط طبیعی در نظر گرفتن جهش‌ها در مدل‌های نوسان تصادفی است (Heston, 1993). بیتس (1996) جهش‌هایی را در پویایی دارایی اضافه می‌کند (Bates, 1996)، در حالی که سپ (2008) جهش‌هایی را هم در بازده دارایی و هم در واریانس لحاظ می‌کند و هر دو مقاله از فرایندهای پواسون استفاده می‌کنند (Sepp, 2008)). از نظر بارندورف-نیلسن و شپرد (2001)، فرایند نوسان، از فرایندهای مثبت غیرگاوسی اورنشتاین-اولنبک است (Barndor_Nielsen., & Shephard, 2001). به طور کلی‌تر، دافی و همکاران (2003) چارچوب جهش-انتشار وابسته را برای فرایندهای دارایی و واریانس تصادفی پیشنهاد می‌کنند (Duffie et al., 2003). گراسلی (2016) مدل استاندارد هستون را با مدل به‌اصطلاح ۲/۳ ترکیب می‌کند که در آن نوسانات معکوس مدل هستون است (Grasselli, 2016). کالسن و همکاران (2011) حالتی را در نظر می‌گیرند که در آن، تکامل سهام شامل یک فرایند تغییر زمانی است (Kallsen et al., 2011). ال ایچ و روزنبام (2016) مدل هستون تقریبی را پیشنهاد می‌کنند که در آن فرایند نوسانات مربعی یک معادلهٔ کانولوشن با هستهٔ متناس با $t^{H-1/2}$ با $H < 1/2$ را برآورده می‌کند. در این مدل، تابع مشخصه را می‌توان با استفاده از یک

معادلهٔ رادیکالی کسری یافت (El Euch & Rosenbaum, 2016).

با توجه به مطالب ارائه‌شده در بخش‌های قبلی، به منظور نتیجه‌گیری بهتر از پژوهش‌های انجام‌شده در زمینهٔ موضوع پژوهش حاضر، خلاصه‌ای از چند پیشینه در قالب نگاره‌های (۱) و (۲) در دو بخش خارجی و داخلی ارائه شده است.

نگارهٔ ۱: خلاصهٔ پیشینهٔ پژوهش‌های خارجی

Table 1: Summary of foreign research background

نویسندگان و سال	عنوان پژوهش	نتایج پژوهش
سلامی (2024)	بررسی تجربی مدل بلک–شولز در بازار سهام ایالات متحده	نتایج آزمون تجربی نشان داد بین ارزش حق بیمهٔ واقعی بازار و ارزش حق بیمهٔ مدل بلک–شولز برای هفت سهم از نه سهم در نظر گرفته شده برای اختیار خرید و چهار سهم از نه سهم در نظر گرفته شده برای اختیار خرید، تفاوتی معنادار وجود ندارد؛ بنابراین، نتیجه می‌گیریم مدل قیمت‌گذاری اختیار خرید بلک–شولز را می‌توان برای قیمت‌گذاری اختیار خرید استفاده کرد، اما برای قیمت‌گذاری اختیار معاملهٔ فروش در بازار سهام ایالات متحده مناسب نیست.
هو و همکاران (2024)	قیمت‌گذاری اختیار معامله با استفاده از روش دوجمله‌ای	نتایج آزمون تجربی نشان داد اختیار معاملهٔ فروش در روش دوجمله‌ای به قیمت بازار نزدیک است؛ ولی اختیار معاملهٔ خرید به قیمت بازار نزدیک نیست.
پنگ و همکاران (2024)	قیمت‌گذاری اختیار معامله و مقایسهٔ مدل درخت دوجمله‌ای و مدل بلک–شولز	نتایج آزمون تجربی نشان داد مدل بلک–شولز تخمینی دقیق‌تر نسبت به هر مدل درختی دوجمله‌ای با اندازه‌های گام از پیش تعیین‌شده ارائه می‌دهد.
ژنگ و لین (2024)	اعتبارسنجی نظری و تجربی مدل هستون	با کالیبره‌کردن مدل با داده‌های دنیای واقعی، استحکام و ارتباط آن در بازارهای مالی فعلی ارزیابی و نشان داده شد بین مدل‌های مالی نظری و اجرای عملی آن شکاف وجود دارد.
میائو (2024)	مطالعهٔ تجربی در زمینهٔ قیمت‌گذاری اختیار معامله مبتنی بر روش دوجمله‌ای در آمریکایی	نتایج نشان داد بین قیمت‌گذاری اختیار معامله با روش دوجمله‌ای درختی با قیمت بازار تفاوت معنادار زیادی وجود دارد.
بولفیک و همکاران (2023)	بررسی تجربی قیمت‌گذاری اختیار معامله تحت مدل‌های هستون و بیتس	مدل‌های قیمت‌گذاری چالش‌برانگیز، مانند هستون و بیتس، فاقد یک راه‌حل بسته هستند و مدل قیمت‌گذاری هستون اعتبار بهتری نسبت به بیتس دارد.
لیلیانا و همکاران (2021)	روش درخت دوجمله‌ای برای قیمت‌گذاری اختیار معامله	قیمت اختیار خرید با استفاده از روش درخت دوجمله‌ای نزدیک به قیمت خرید بازار نیست و به روش بلک–شولز نیز تفاوتی معنادار بین قیمت‌گذاری بلک–شولز و قیمت بازار وجود دارد و با مقایسهٔ قیمت‌گذاری به روش درختی و روش بلک–شولز، تفاوتی معنادار بین دو روش مشاهده نشد.
ارکان (2020)	قیمت‌گذاری اختیار معاملهٔ اروپایی تحت مدل هستون	قیمت‌گذاری اختیار معاملهٔ اروپایی با استفاده از روش هستون انجام شد. علاوه بر این، نشان داده شده است مدل هستون، همان‌طور که انتظار می‌رود، می‌تواند به قیمت بازار نزدیک باشد.
چاوهان و گور (2020)	مقایسهٔ فرمول قیمت‌گذاری اختیار معاملهٔ بلک–شولز اصلاح‌شده و قیمت واقعی	به طور گسترده برای تعیین قیمت اختیار معاملهٔ نوع اروپایی استفاده شده است. قیمت سهام پایه طبق مدل بلک–شولز توزیع شده است. مشاهده شد بلک–شولز هرگز نمی‌تواند پیش‌بینی خوبی برای قیمت واقعی باشد.

نگارهٔ ۲: خلاصهٔ پیشینهٔ پژوهش داخلی

Table 2: Summary of internal research background

نویسندگان و سال	عنوان پژوهش	نتایج پژوهش
حدادی و نصراللهی (۱۴۰۲)	مقایسهٔ قیمت‌گذاری اختیار معامله با تلاطم تصادفی در مدل هستون و هستون ناندی	برای ارزش‌گذاری اختیار معامله، مدل هستون ناندی در مقایسه با دو مدل بلک-شولز و هستون، در همهٔ حالات کوتاه‌مدت، میان‌مدت و بلندمدت عملکرد بهتری دارد.
نصیری و عسکرزاده (۱۴۰۲)	بررسی تجربی مدل قیمت‌گذاری بلک-شولز در معاملات اختیار خرید بورس اوراق بهادار تهران	قیمت‌های پیشنهادی مدل بلک-شولز بیشتر از قیمت اختیارهای خرید قیمت‌گذاری‌شده است، ضمن آنکه مقدار درصد انحرافات در اختیارهای خرید در سود کمتر از اختیارهای خرید در زیان می‌باشد؛ بنابراین، کارایی قیمت‌گذاری مدل بلک-شولز برای قیمت‌گذاری اختیارهای خرید بیشتر از قیمت اختیارهای فروش است.
فتحی و فاضلیان (۱۴۰۱)	بررسی تلاش آربیتراژگران برای بهره‌مندی از فرصت‌های سود آربیتراژی در بازار اختیارات	در کل نمونهٔ پژوهش، بازار معاملات اختیارات ناکاراست. از سوی دیگر، در بازار معاملات در راهبردهای ترکیبی که شامل هر دو معاملهٔ اختیار خرید و اختیار فروش می‌شوند، نسبت به راهبردهای ساده، فرصت سود آربیتراژی بیشتری وجود دارد.
طهماسبی و بهرادمهر (۱۴۰۰)	بررسی و قیمت‌گذاری قرارداد اختیار معاملهٔ سکهٔ طلا در بازار بورس کالای ایران	نتایج از هر دو روش بلک-شولز و برابری خرید و فروش نشان می‌دهد فرصت‌های مناسب سرمایه‌گذاری، سرمایه‌گذاران را به خرید قرارداد اختیار خرید توصیه می‌کنند.
نبوی چاشمی و قاسمی (۱۳۹۳)	کاربرد درخت دوجمله‌ای در محاسبهٔ پارامترهای حساسیت ریسک و قیمت اختیار معامله در بورس سهام	با تحلیل خروجی مدل و بررسی مسیر حرکت تغییرات قیمت سهام و قیمت اختیار به کمک مدل دوجمله‌ای و نیز سنجش حساسیت قیمت اختیار به تغییرات (تغییر در قیمت سهام، دلتا، نوسان، زمان باقی‌مانده تا سررسید و نرخ بهره) توسط پارامترها، چگونگی مدیریت ریسک مواضع معاملاتی اتخاذشده از سوی سرمایه‌گذاران بیان شده است.

پرسش‌های پژوهش

پرسش اصلی پژوهش

وضعیت خطای مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار معاملات (خرید و فروش) سهام بر مبنای مطالعات تجربی انجام‌شده چگونه است؟

پرسش‌های فرعی

پرسش ۱: اندازهٔ اثر خطای قیمت‌گذاری فراتحلیل نتایج مطالعات تجربی قیمت‌گذاری اختیار معاملات (خرید و فروش) مدل قیمت‌گذاری بلک-شولز چگونه است؟

پرسش ۲: اندازهٔ اثر خطای قیمت‌گذاری فراتحلیل نتایج مطالعات تجربی قیمت‌گذاری اختیار معاملات (خرید و فروش) مدل قیمت‌گذاری دوجمله‌ای چگونه است؟

پرسش ۳: اندازهٔ اثر خطای قیمت‌گذاری فراتحلیل نتایج مطالعات تجربی قیمت‌گذاری اختیار معاملات (خرید و فروش) مدل قیمت‌گذاری هستون چگونه است؟

روش‌شناسی پژوهش

این پژوهش به دنبال بررسی و مقایسهٔ روش‌های قیمت‌گذاری بلک–شولز و دوجمله‌ای و هستون است که برای بررسی این هدف، از روش فراتحلیل به منظور ترکیب نتایج مطالعات انجام‌شده در زمینهٔ مدل‌های قیمت‌گذاری استفاده شد. جامعهٔ آماری این پژوهش شامل مقاله‌ها و پایان‌نامه‌های قابل دسترس مربوط به مطالعات داخلی و خارجی انجام‌شده در زمینهٔ بررسی آربیتراژ مبتنی بر مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار معاملات بلک–شولز و دوجمله‌ای و هستون در میان کشورهای آمریکایی و آسیایی است. نمونه‌های آماری دارای روش‌های متفاوت قیمت‌گذاری یا عدم اعتبار از جامعهٔ آماری پژوهش حذف شدند و در مجموع، ٦٥ مقاله در فرایند ارزیابی پذیرفته شدند.

از آنجا که هدف از این پژوهش بررسی کارایی مدل بلک–شولز و دوجمله‌ای و هستون بین کشورهای آسیا و آمریکا در معاملات اختیار است، متغیرهای پژوهش به صورت زیر تعریف می‌شوند.

مدل بلک- شولز

معادلهٔ بلک–شولز برای سنجش قیمت اختیارات خرید به صورت رابطهٔ (۱) است:

رابطهٔ (۱):

$$P = SN(d_1) - e^{-r(T-t)}XN(d_2)$$

$$d_1 = \left(\frac{Ln\left(\frac{S}{X}\right) + (r + \frac{\sigma^2}{2})(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)$$

$$d_2 = \left(\frac{Ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right) = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

t: تاریخ کنونی

T : تاریخ سررسید

P : قیمت اختیار معامله در زمان (t)

r: نرخ بهره بدون ریسک

S: قیمت دارای پایه در زمان (t)

X : قیمت اعمال اختیار

$\boldsymbol{\sigma}$: انحراف معیار

N : تابع توزیع تجمعی برای توزیع نرمال استاندارد

معادلهٔ بلک–شولز برای سنجش قیمت اختیارات فروش به صورت رابطهٔ (۲) است:

رابطهٔ (۲):

$$P = \varphi(-d_2)Ke^{-rt} - S\varphi(-d_1)$$

و $\varphi(0)$ تابع توزیع عادی استاندارد تجمعی است.

مدل دوجمله‌ای

محاسبهٔ قیمت اختیار معامله با استفاده از روش دوجمله‌ای بر این واقعیت استوار است که قیمت سهام در طول زمان در بازار آزاد همواره نوسان دارد؛ زیاد یا کم است. فرمول اختیار دوجمله‌ای کاکس و همکاران (1979) فرمولی برای نمودار دوجمله‌ای است که برای تعیین ضریب افزایش و کاهش قیمت سهام استفاده می‌شود؛ بنابراین، احتمال افزایش و/یا کاهش قیمت سهام را می‌توان پیش‌بینی کرد. مقدار u ، d، p و q که در روش دوجمله‌ای استفاده می‌شود، در رابطهٔ (۳) نوشته شده است.

رابطهٔ (۳):

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$$
$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} = \frac{1}{u}$$
$$p = \frac{e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} - d}{u - d}$$
$$p = 1 - q$$
$$\Delta t = \frac{T}{n}$$

u : درصد افزایش قیمت سهام

d : درصد کاهش قیمت سهام

P : احتمال افزایش قیمت سهام با فرض ارزیابی ریسک

q : احتمال کاهش قیمت سهام با فرض ریسک خنثی (Cox et al., 1979).

مدل هستون

مدل هستون در سال ۱۹۹۳ ارائه شد که به صورت رابطهٔ (٤) است:

رابطهٔ (٤):

$$ds_t = s_t(rdt + \sqrt{v_t}dw_t^1)$$
$$dv_t = -k(v_t - \theta)dt + \sigma_v\sqrt{V_t}dw_t^2)$$
$$dw_t^1 * dw_t^2 = \rho dt$$

s_t: قیمت سهام

r: نرخ بهرهٔ ریسک–خنثی

w_t^1وw_t^2: دو حرکت بروانی همبسته بر اساس معیار ریسک–خنثی

V_t: واریانس بلندمدت

θ: میانگین بلندمدت

k: سرعت بازگشت

σ_v: نشان‌دهندهٔ تلاطم V_t

فرایند روش فراتحلیل

فرایند فراتحلیل که برگرفته از نظر هانتر و اشمیت (Hunter & Schmidt, 1990) است، برای بررسی اعتبار مدل‌های بلک–شولز، هستون و دوجمله‌ای استفاده شده است. این مدل شامل ۷ مرحله است که در زیر توضیح داده شده‌اند.

گام اول: تنظیم پرسش‌های پژوهش و موضوع آن

گام دوم: گردآوری اطلاعات

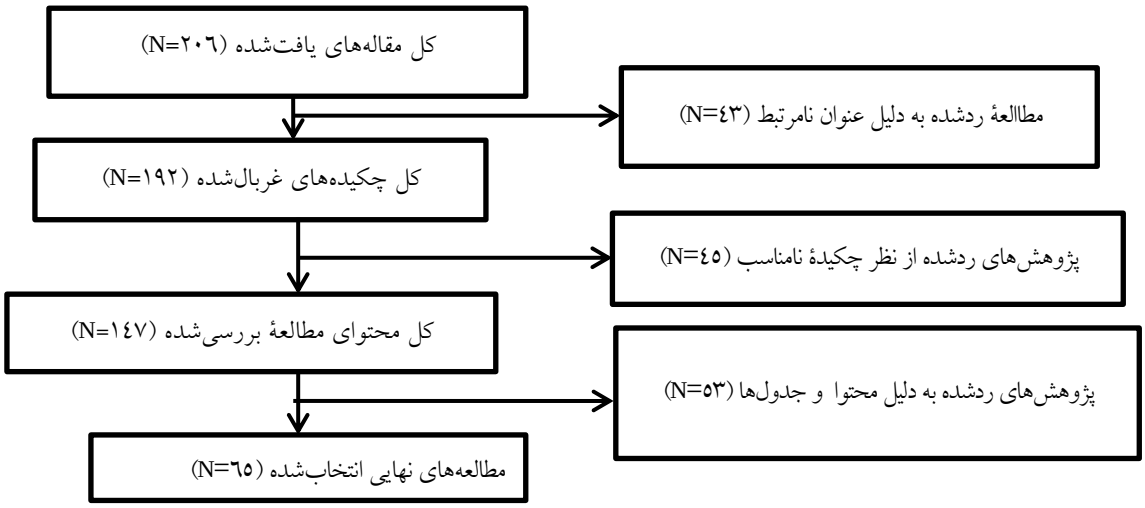
در این مرحله، بر جست‌وجوی نظام‌مند مقاله‌های پیشین منتشرشده در جملات مختلف تمرکز می‌شود و با انتخاب واژه‌های کلیدی مناسب (مانند بررسی تجربی مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار معاملهٔ مدل بلک–شولز، بررسی تجربی مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار معاملهٔ مدل هستون، بررسی تجربی مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار معاملهٔ مدل دوجمله‌ای) جست‌وجو آغاز می‌شود. منبع این پژوهش‌ها منبع این پژوهش‌ها از پایگاه دادهٔ گوگل[۱]، ساینس دایرکت[۲]، اشپرینگر[۳]، امرالد[٤]، پروکوئست[٥]، ابسکو[٦]، اسکاپوس[۷] برای مطالعات خارجی و پایگاه تخصصی مگیران، نورمگز، پایگاه جهاد دانشگاهی برای مطالعات داخلی است و در نهایت، ۲۰٦ مقاله بررسی شدند.

گام سوم: غربال و گزینش مطالعات

هدف از انجام گام سوم شناسایی منابعی است که با پرسش‌های پژوهش ارتباط دارند و حذف مقاله‌هایی که با پرسش و هدف پژوهش تناسبی ندارند؛ بنابراین، فرایند بازبینی به شرح زیر است:

الف) عنوان مقاله‌ها و چکیدهٔ آنها بررسی شد و مقاله‌هایی که ارتباطی با اهداف پژوهش نداشتند، کنار گذاشته شدند.

ب) مقاله‌های باقی‌مانده باید به لحاظ محتوا بررسی شوند. بعد از بررسی محتوای مقاله‌ها و جدول‌های خروجی آنها در این پژوهش، ٦٥ مقاله در فرایند ارزیابی پذیرفته شدند. روند بازبینی و انتخاب منابع مرتبط در شکل (۱) و تعداد مقاله‌های انتخاب‌شده در نگارهٔ (۳) نمایش داده شده است.



شکل ۱: روند بازبینی و انتخاب منابع مرتبط

Figure 1: Process of reviewing and selecting relevant resources

نگارهٔ ۳: تعداد مقاله‌های انتخاب‌شده

Table 3: Number of selected articles

	بلک-شولز	هستون	دوجمله‌ای
تعداد اولیه	۹۳	٦۱	۵۲
مقاله‌های حذف‌شده	٦۳	۵۰	۳۷
مقاله‌های نهایی استفاده‌شده	۳۹	۱۱	۱۵

گام چهارم: اطلاعات عمومی

بعد از انتخاب مقاله‌ها، اطلاعات لازم از جمله آمارهٔ تی، اندازهٔ نمونه، سطح معناداری و اختلاف بازده از مقاله‌ها استخراج و وارد فایل اکسل و سپس وارد نرم‌افزار سی‌ام‌ای شد.

گام پنجم: اندازهٔ اثر

در مرحلهٔ پنجم، برای انجام فراتحلیل، نتایج به یک متغیر هم‌مقیاس (اندازهٔ اثر) تبدیل می‌شود تا امکان مقایسه بین نتایج فراهم شود. به منظور تلفیق یافته‌های مطالعات برای به‌کارگیری فراتحلیل، باید آماره‌های آزمون به اندازهٔاثر تبدیل شوند. در این پژوهش، برای محاسبهٔ اندازهٔ اثر از رابطهٔ (۱) و از رابطهٔ (۲) برای تبدیل آمارهٔ آزمون استفاده شده است. در این روابط، **df** تعداد مطالعات و **N**، آمارهٔ آزمون **t**، اندازهٔ اثر **r** درجهٔ آزادی است.

رابطهٔ (۵):

$$r = \sqrt{\frac{t^2}{t^2 + (N-2)}}$$

رابطهٔ (٦):

$$\mathrm{t} = \frac{\mathrm{r}\sqrt{\mathrm{df}}}{\sqrt{1-\mathrm{r}^2}}$$

گام ششم: آزمون بررسی ناهمگونی

آزمون ناهمگونی اندازهٔ اثرها یا تفاوت بین آنهاست. ناهمگونی اندازهٔ اثرها بر مبنای مقایسهٔ واریانس مشاهده‌شده بین اندازهٔ اثرها با واریانس نظری ناشی از خطای نمونه‌گیری و به کمک رابطهٔ (۷) به دست آمده است. آمارهٔ آزمون مربوط از توزیع کای مربع پیروی می‌کند.

رابطهٔ (۷):

$$Q = \frac{K\sigma_r^2}{\sigma_e^2}$$

که در آن:

$$\sigma_r^2 = \frac{\sum_i w_i (r_i - \bar{r})^2}{\sum_i w_i}$$

$$\sigma_e^2 = \frac{\sum_i w_i \sigma_{ei}^2}{\sum_i w_i} = \frac{k}{\sum_{i=1}^{k} \frac{1}{\sigma_{ei}^2}}$$

K نیز تعداد اندازهٔ اثرها و W وزن هر اندازهٔ اثر است.

آمارهٔ I^2 نیز برای تشخیص ناهمگونی استفاده می‌شود (Cohen, 1988) که در نگارهٔ (٤) نمایش داده شده است. رابطهٔ (۸):

$$I^2 = \frac{(Q - df)}{Q} * 100$$

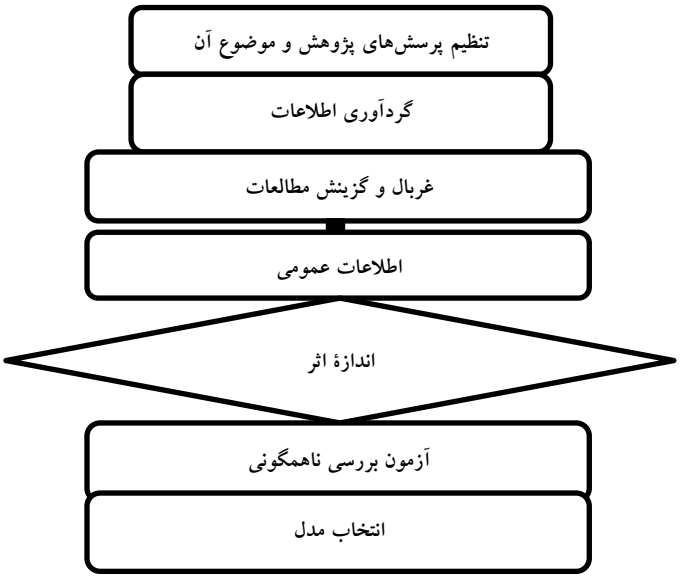
نگارهٔ ٤: سطح ناهمگونی

Table 4: Level of heterogeneity

سطح ناهمگونی	مقدار آمارهٔ I^2
کم	۲۵
متوسط	۵۰
زیاد	۷۵

گام هفتم: انتخاب مدل

برای مطالعات همگون از مدل اثر ثابت و برای مطالعات ناهمگون از مدل اثر تصادفی استفاده می‌شود. مراحل روش فراتحلیل در شکل (۲) ارائه شده‌اند.



شکل ۲: مراحل روش فراتحلیل

Figure 2: Steps of the meta-analysis method

یافته‌های پژوهش

تحلیل مقایسه‌ای خطای مدل‌های قیمت‌گذاری

خطای قیمت‌گذاری اختیار خرید

در نگارهٔ (۵)، نتایج آزمون ناهمگونی، همبستگی و اندازهٔ اثر مربوط به وجود شرایط آربیتراژی ناشی از خطای مدل‌های قیمت‌گذاری اختیارمعاملات ارائه شده است. در ابتدا، آزمون ناهمگونی در سطح مطالعات برای هر مدل

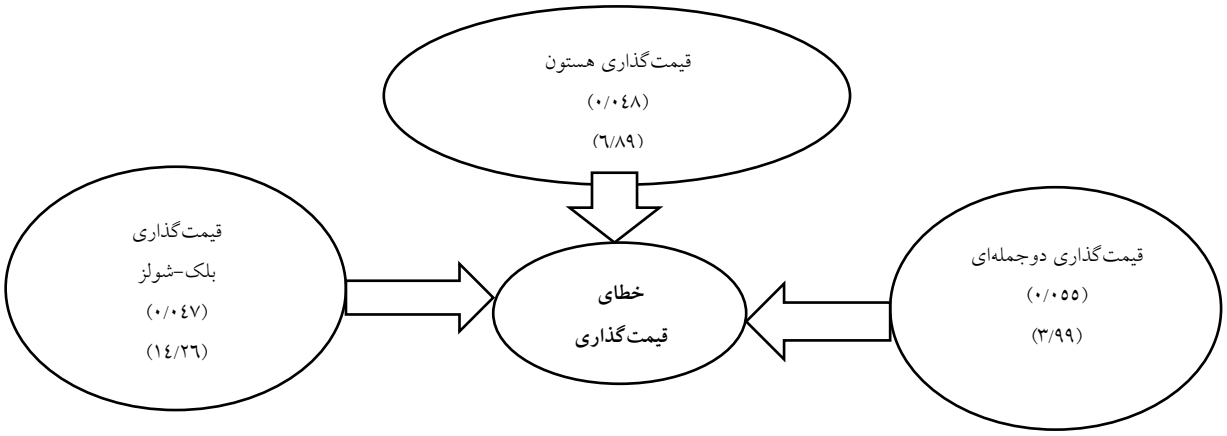
ارائه شده است. بر اساس آمارهٔ Q، فرضیهٔ صفر مبین عدم وجود ناهمگونی بین مطالعات است و در صورتی که سطح معناداری آمارهٔ Q کمتر از ۰/۰۵ باشد، فرض عدم ناهمگونی رد می‌شود. برای مطالعات همگون، طبق نظر کوهن (Cohen, 1988)، مدل اثر ثابت و برای مطالعات ناهمگون از مدل اثر تصادفی استفاده می‌شود.

در بخش اول نگارهٔ (۵)، نتایج آزمون ناهمگونی و اندازهٔ اثر مربوط به قیمت‌گذاری اختیار خرید مبتنی بر مدل بلک–شولز ارائه شده است. آمارهٔ I^2 مربوط به اختیار خرید مطالعات ۸۹/۸۳ و آمارهٔ Q معادل ۹٤٤/٤۳ با سطح معناداری ۰/۰۰۰ است. از این رو، فرضیهٔ صفر مبنی بر همگونی مطالعات رد می‌شود؛ بنابراین، مبتنی بر مدل‌های خرید قیمت‌گذاری اختیار معاملهٔ مدل بلک–شولز، باید از مدل اثرات تصادفی استفاده کرد. همچنین، آزمون اندازهٔ اثر بر مبنای همبستگی بین قیمت و قیمت‌گذاری مبتنی بر مدل، معادل ۰/۰٤۷ است که با توجه به آمارهٔ z (۱٤/۲٦) در سطح خطای ۱ درصد نشان‌دهندهٔ معناداری تفاوت قیمت‌گذاری اختیار خرید بر مبنای مدل بلک–شولز و قیمت بازار و وجود فرصت آربیتراژ است. در بخش دوم نگارهٔ (۵)، نتایج آزمون ناهمگونی و اندازهٔ اثر مربوط به قیمت‌گذاری اختیار خرید مبتنی بر مدل هستون ارائه شده است. آمارهٔ I^2 (۳۵/۲٦) و آمارهٔ Q معادل ۱٤/۹۲ با سطح معناداری ۰/۲۳ است. از این رو، فرضیهٔ صفر مبنی بر همگونی مطالعات در حالت کلی رد نمی‌شود و بنابراین، باید از مدل اثرات ثابت استفاده کرد. طبق نتایج مدل اثرات ثابت در حالت اختیار خرید اندازهٔ اثر مبتنی بر همبستگی معادل ۰/۰٤۸ با آمارهٔ z (٦/۸۹) و سطح معناداری ۰/۰۰۰ است که نشان از این دارد که بین قیمت‌گذاری خرید اختیار معامله به روش هستون و قیمت بازار تفاوتی معنادار وجود دارد. در بخش سوم نگارهٔ (۵)، نتایج آزمون ناهمگونی و اندازهٔ اثر مربوط به قیمت‌گذاری اختیار خرید مبتنی بر مدل دوجمله‌ای ارائه شده است. با توجه به نگارهٔ (۵)، آمارهٔ I^2 (۷۲/۰۳) و آمارهٔ Q معادل ۷۸/٦۸ با سطح معناداری ۰/۰۰۰ است. از این رو، فرضیهٔ صفر مبنی بر همگونی مطالعات رد می‌شود و باید از مدل اثرات تصادفی استفاده کرد. همچنین، طبق نتایج ارائه‌شده، اندازهٔ اثر مبتنی بر همبستگی معادل ۰/۰۵۵ با آمارهٔ Z (۳/۹۹) و سطح معناداری ۰/۰۰۰ است که نشان از این دارد که بین قیمت‌گذاری اختیار خرید با مدل دوجمله‌ای و قیمت واقعی تفاوت معنادار است و شرایط آربیتراژ وجود دارد. مقایسهٔ نتایج نشان می‌دهد به‌ترتیب مدل‌های دوجمله‌ای، هستون و بلک–شولز از بیشترین اندازهٔ اثر و کارایی کم در زمینهٔ قیمت‌گذاری برخوردار بوده‌اند. اندازهٔ اثر خطای مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار خرید در شکل (۳) نمایش داده شده است.

نگارهٔ ۵: نتایج آزمون ناهمگونی و اندازهٔ اثر خطای قیمت‌گذاری مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار خرید

Table 5: Results of the heterogeneity test and effect size of pricing error of call option pricing models

اختیار معامله خرید								
بخش اول: مدل بلک–شولز								
آزمون ناهمسانی			آزمون اندازهٔ اثر					
آمارهٔ Q	سطح معناداری	آمارهٔ I^2	آمارهٔ Z	همبستگی	حد بالا	حد پایین	سطح معناداری	نوع مدل
۹٤٤/٤٣	۰/۰۰۰	۸۹/۸۳	١٤/٢٦	۰/۰٤٧	۰/۰٥٤	۰/۰٤١	۰/۰۰۰	اثرات تصادفی
بخش دوم: مدل هستون								
آمارهٔ Q	سطح معناداری	آمارهٔ I^2	آمارهٔ Z	همبستگی	حد بالا	حد پایین	سطح معناداری	نوع مدل
١٤/٩٢	۰/۲۳	۳٥/۲٦	٦/٨٩	۰/۰٤٨	۰/۰٦١	۰/۰۳٤	۰/۰۰۰	اثرات ثابت
بخش سوم: مدل دوجمله‌ای								
آمارهٔ Q	سطح معناداری	آمارهٔ I^2	آمارهٔ Z	همبستگی	حد بالا	حد پایین	سطح معناداری	نوع مدل
۷۸/٦٨	۰/۰۰۰	۷۲/۰۳	۳/۹۹	۰/۰٥٥	۰/۰۸۲	۰/۰۲۸	۰/۰۰۰	اثرات تصادفی



شکل ۳: اندازهٔ اثر خطای مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار خرید

Figure 3: Effect size of error in option pricing models

خطای قیمت‌گذاری اختیار فروش

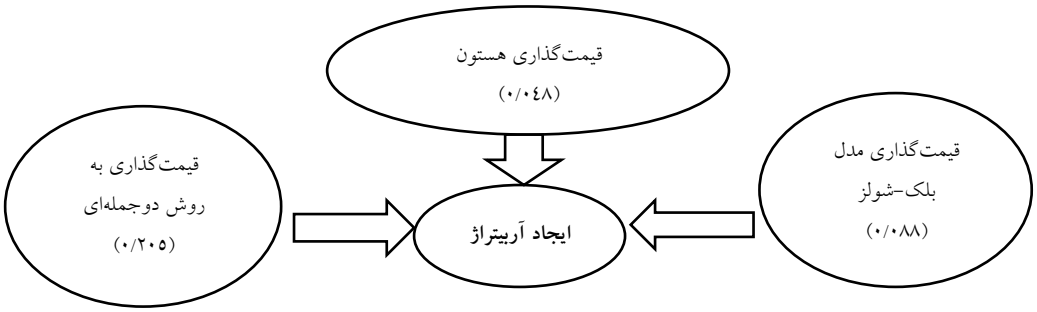
در نگارهٔ (٦)، نتایج آزمون ناهمگونی و اندازهٔ اثر خطای قیمت‌گذاری اختیار فروش مبتنی بر مدل‌های بلک–شولز، هستون و دوجمله‌ای ارائه شده است. در بخش اول نگارهٔ (٦)، با توجه به آمارهٔ I^2 معادل ۹۰/۲۲ و آمارهٔ Q معادل ۷۳٦/۹٥ با سطح معناداری ۰/۰۰۰، فرضیهٔ صفر مبنی بر همگونی مطالعات رد می‌شود؛ بنابراین، به منظور بررسی اندازهٔ اثر قیمت‌گذاری اختیار فروش مبتنی بر مدل بلک–شولز از مدل اثرات تصادفی استفاده می‌شود.

بنابراین، اندازهٔ اثر معادل ۰/۰۸۸ با آمارهٔ Z ۹/۲۲ و سطح معناداری ۰/۰۰۰ است که نشان از این دارد که بین قیمت‌گذاری اختیار فروش به روش بلک- شولز و قیمت بازار تفاوتی معنادار وجود دارد. در بخش دوم نگارهٔ (٦)، با توجه به آمارهٔ I^2 معادل ۵۵/۳۸ و آمارهٔ Q معادل ٤٥/٥٦ با سطح معناداری ۰/۰۰۰، فرضیهٔ صفر مبنی بر همگونی مطالعات رد می‌شود. اندازهٔ اثر مدل اثرات تصادفی معادل ۰/۰٤۸ با آمارهٔ Z ۵/۳۰ و سطح معناداری ۰/۰۰۰ است که نشان از این دارد که بین قیمت‌گذاری اختیار فروش مبتنی بر مدل هستون و قیمت بازار تفاوتی معنادار وجود دارد. در بخش سوم نگارهٔ (٦)، با توجه به آمارهٔ I^2 معادل ۹٤/٤۹ و آمارهٔ Q معادل ۳۸۱/۷۳ با سطح معناداری ۰/۰۰۰، فرضیهٔ صفر مبنی بر همگونی مطالعات رد می‌شود. اندازهٔ اثر مدل اثرات تصادفی معادل ۰/۲۰۵ با آمارهٔ Z ۵/۲۷ و سطح معناداری ۰/۰۰۰ است که نشان از این دارد که بین قیمت‌گذاری اختیار فروش مبتنی بر مدل قیمت‌گذاری دوجمله‌ای و قیمت بازار تفاوتی معنادار وجود دارد. مقایسهٔ نتایج نشان می‌دهد به‌ترتیب مدل‌های دوجمله‌ای، بلک- شولز و هستون از بیشترین اندازهٔ اثر و کارایی کم در زمینهٔ قیمت‌گذاری برخوردار بوده‌اند. اندازهٔ اثر خطای مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار فروش در شکل (٤) نمایش داده شده است.

نگارهٔ ٦: نتایج آزمون ناهمگونی و اندازهٔ اثر خطای قیمت‌گذاری مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار فروش

Table 6: Results of the heterogeneity test and the effect size of the pricing error of put option pricing models

اختیار معاملهٔ فروش								
بخش اول: مدل بلک-شولز								
ناهمسانی			آزمون اندازهٔ اثر					
آمارهٔ Q	سطح معناداری	آمارهٔ I^2	آمارهٔ Z	همبستگی	حد بالا	حد پایین	معناداری t	نوع مدل
۷۳٦/۹۵	۰/۰۰۰	۹۰/۲۲	۹/۲۲۷	۰/۰۸۸	۰/۱۰٦	۰/۰٦۹	۰/۰۰۰	اثرات تصادفی
بخش دوم: مدل هستون								
آزمون ناهمسانی			آزمون اندازهٔ اثر					
آمارهٔ Q	سطح معناداری	آمارهٔ I^2	آمارهٔ Z	همبستگی	حد بالا	حد پایین	معناداری t	نوع مدل
٤٥/٥٦	۰/۰۱۹	۵۵/۳۸	۵/۳۰	۰/۰٤۸	۰/۰٦۵	۰/۰۳۰	۰/۰۰۰	اثرات تصادفی
بخش سوم: مدل دوجمله‌ای								
آمارهٔ Q	سطح معناداری	آمارهٔ I^2	آمارهٔ Z	همبستگی	حد بالا	حد پایین	معناداری t	نوع مدل
۳۸۱/۷۳	۰/۰۰۰	۹٤/٤۹	۵/۲۷	۰/۲۰۵	۰/۱۳	۰/۰۲۸	۰/۰۰۰	اثرات تصادفی



شکل ٤: اندازهٔ اثر خطای مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار فروش

Figure 4: Effect size of put option pricing models error

خطای مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار معاملات در سطح مطالعات منطقه‌ای (آمریکا-آسیا) مدل قیمت‌گذاری بلک-شولز

در سطح مطالعات انجام‌شده در آمریکا بر مبنای مدل قیمت‌گذاری بلک-شولز، با توجه به نتایج ارائه‌شده در بخش اول (اختیار خرید) نگارهٔ (۷)، آمارهٔ I^2 مربوط به مطالعات ۹۰/۸۷ و آمارهٔ Q معادل ۵۹۱/۹۰ با سطح معناداری ۰/۰۰۰ است. از این رو، فرضیهٔ صفر مبنی بر همگونی مطالعات رد و از مدل اثرات تصادفی استفاده می‌شود. اندازهٔ اثر مبتنی بر مدل قیمت‌گذاری بلک-شولز معادل ۰/۰۳٦ با آمارهٔ Z ۸/۹۷ و سطح معناداری ۰/۰۰۰ است که نشان از این دارد که بین قیمت‌گذاری خرید اختیار معامله به روش بلک-شولز و قیمت بازار تفاوتی معنادار وجود دارد. در بخش اول (اختیار فروش) نگارهٔ (۷)، آمارهٔ I^2 مربوط به مطالعات ۹۱/۵۰ و آمارهٔ Q معادل ۳٤۱/۱۸ با سطح معناداری ۰/۰۰۰ است. اندازهٔ اثر مبتنی بر مدل قیمت‌گذاری بلک-شولز معادل ۰/۰۵۳ با آمارهٔ Z ۲/۸٤ و سطح معناداری ۰/۰۰٤ است که نشان از این دارد که بین قیمت‌گذاری خرید اختیار فروش به روش بلک-شولز و قیمت بازار تفاوتی معنادار وجود دارد. در سطح مطالعات انجام‌شده در آسیا بر مبنای مدل قیمت‌گذاری بلک-شولز، با توجه به نتایج ارائه‌شده در بخش دوم (اختیار خرید) نگارهٔ (۷)، آمارهٔ I^2 مربوط به مطالعات ۸۹/۰۸ و آمارهٔ Q معادل ۳٤۳/٦٦ با سطح معناداری ۰/۰۰۰ است. از این رو، فرضیهٔ صفر مبنی بر همگونی مطالعات رد و از مدل اثرات تصادفی استفاده می‌شود. اندازهٔ اثر مبتنی بر مدل قیمت‌گذاری بلک-شولز معادل ۰/۰۸۸ با آمارهٔ Z ۷/۸۸ و سطح معناداری ۰/۰۰۰ است که نشان از این دارد که بین قیمت‌گذاری خرید اختیار معامله به روش بلک-شولز و قیمت بازار تفاوتی معنادار وجود دارد. در قسمت مربوط به اختیار فروش، آمارهٔ I^2 مربوط به مطالعات ۸۹/۰۷ و آمارهٔ Q معادل ۳۵۷/۳۵ با سطح معناداری ۰/۰۰۰ است. اندازهٔ اثر مبتنی بر مدل قیمت‌گذاری بلک- شولز معادل ۰/۱ با آمارهٔ Z ٦/۹٦ و سطح معناداری ۰/۰۰۰ است که نشان از این دارد که بین قیمت‌گذاری خرید اختیار فروش به روش بلک-شولز و قیمت بازار تفاوتی معنادار وجود دارد.

مقایسهٔ تطبیقی نتایج نشان می‌دهد اندازهٔ اثر مربوط به خطای قیمت‌گذاری اختیار خرید و فروش مدل بلک-شولز در سطح مطالعات آسیایی بیشتر از مطالعات آمریکایی است؛ به عبارتی، مدل بلک-شولز از کارایی بیشتری در قیمت‌گذاری اختیارهای بازار آمریکا نسبت به آسیا برخوردار بوده است.

نگارهٔ ۷: نتایج آزمون اندازهٔ اثر و ناهمگونی مدل قیمت‌گذاری بلک-شولز مطالعات آمریکا-آسیا

Table 7: Results of the test of effect size and heterogeneity of the Black-Scholes pricing model for US-Asia studies

بخش اول: در سطح مطالعات آمریکا								
ناهمسانی			آزمون اندازهٔ اثر					
آمارهٔ Q	سطح معناداری	آمارهٔ I^2	آمارهٔ Z	همبستگی	حد بالا	حد پایین	معناداری t	نوع مدل
اختیار خرید								
۵۹۱/۹۰	۰/۰۰۰	۹۰/۸۷	۸/۹۷	۰/۰۳۶	۰/۰۴۴	۰/۰۲۸	۰/۰۰۰	تصادفی
اختیار فروش								
۳۴۱/۱۸	۰/۰۰۰	۹۱/۵۰	۲/۸۴	۰/۰۵۳	۰/۰۹۰	۰/۰۱۶	۰/۰۰۴	تصادفی
بخش دوم: در سطح مطالعات آسیا								
ناهمسانی			**آزمون اندازهٔ اثر**					
آمارهٔ Q	سطح معناداری	آمارهٔ I^2	آمارهٔ Z	همبستگی	حد بالا	حد پایین	معناداری t	نوع مدل
اختیار خرید								
۳۴۳/۶۶	۰/۰۰۰	۸۹/۰۸	۷/۸۸	۰/۰۸۸	۰/۱۰	۰/۰۶۶	۰/۰۰۰	تصادفی
اختیار فروش								
۳۵۷/۳۵	۰/۰۰۰	۸۹/۰۷	۶/۹۶	۰/۱۰	۰/۱۲۸	۰/۰۷	۰/۰۰۰	تصادفی

خطای مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار معاملات در سطح مطالعات منطقه‌ای (آمریکا-آسیا) مدل قیمت‌گذاری هستون

در نگارهٔ (۸)، نتایج مربوط به خطای قیمت‌گذاری مدل هستون در سطح مطالعات انجام‌شده در آسیا و آمریکا ارائه شده است. در سطح مطالعات انجام‌شده در آمریکا بر مبنای مدل قیمت‌گذاری هستون، با توجه به نتایج ارائه‌شده در بخش اول (اختیار خرید) نگارهٔ (۸)، آمارهٔ I^2 مربوط به مطالعات ۴۳/۲۶ و آمارهٔ Q معادل ۲۳/۱۳ با سطح معناداری ۰/۰۰۰ است. از این رو، فرضیهٔ صفر مبنی بر همگونی مطالعات رد و از مدل اثرات تصادفی استفاده می‌شود. اندازهٔ اثر مبتنی بر مدل قیمت‌گذاری هستون معادل ۰/۰۰۲ با آمارهٔ Z ۱/۳۶ و سطح معناداری ۰/۲۳ است که نشان از این دارد که بین قیمت‌گذاری خرید اختیار معامله به روش هستون و قیمت بازار تفاوتی معنادار وجود ندارد. در رابطه با مطالعات مربوط به اختیار فروش در سطح آمریکا، آمارهٔ I^2 مربوط به مطالعات ۴۱/۲۰ و آمارهٔ Q معادل ۴۱/۱۲ با سطح معناداری ۰/۰۰۰ است. اندازهٔ اثر مبتنی بر مدل قیمت‌گذاری هستون معادل ۰/۰۲۱ با آمارهٔ Z ۳/۲۳ و سطح معناداری ۰/۰۰۰ است که نشان‌دهندهٔ معناداری خطای قیمت‌گذاری است. در سطح مطالعات انجام‌شده در آسیا بر مبنای مدل قیمت‌گذاری هستون، با توجه به نتایج ارائه‌شده در بخش دوم (اختیار خرید) نگارهٔ (۸)، آمارهٔ I^2 مربوط به مطالعات ۳/۷۶ و آمارهٔ Q معادل ۲۵/۹۷ با سطح معناداری ۰/۴۰ است. از این رو، فرضیهٔ صفر مبنی بر همگونی مطالعات رد نمی‌شود و از مدل اثرات ثابت استفاده می‌شود. اندازهٔ اثر مبتنی بر مدل قیمت‌گذاری بلک-شولز معادل ۰/۰۵۹ با آمارهٔ Z ۷/۷۰ و سطح معناداری ۰/۰۰۰ است که نشان از این دارد که بین قیمت‌گذاری خرید اختیار معامله به روش هستون و قیمت بازار تفاوتی معنادار وجود دارد. در قسمت مربوط به اختیار فروش، آمارهٔ I^2 مربوط به مطالعات ۵۴/۸۰ و آمارهٔ Q معادل ۵۰/۸۹ با سطح معناداری ۰/۰۰۰ است. اندازهٔ اثر

مبتنی بر مدل قیمت‌گذاری هستون معادل ۰٤۹/ با آمارهٔ Z ٤/۳۱ و سطح معناداری ۰/۰۰۰ است که نشان از ایـن دارد که بین قیمت‌گذاری خرید اختیار فروش به روش هستون و قیمت بازار تفاوتی معنادار وجود دارد.

مقایسهٔ تطبیقی نتایج نشان می‌دهد اندازهٔ اثر مربوط به خطای قیمت‌گذاری اختیار خرید و فـروش مـدل هسـتون در سطح مطالعات آمریکایی بیشـتر از مطالعـات آسـیایی اسـت؛ بـه عبـارتی، مـدل هسـتون از کـارایی بیشـتری در قیمت‌گذاری اختیارهای بازار آسیا نسبت به آمریکا برخوردار بوده است.

نگارهٔ ۸: نتایج آزمون اندازهٔ اثر و ناهمگونی مدل قیمت‌گذاری هستون مطالعات آمریکا-آسیا

Table 8: Results of the test of effect size and heterogeneity of the Heston pricing model of the US-Asia studies

بخش اول: در سطح مطالعات آمریکا								
ناهمسانی			آزمون اندازهٔ اثر					
مطالعات آمریکا								
آمارهٔ Q	سطح معناداری	آمارهٔ I^2	آمارهٔ Z	همبستگی	حد بالا	حد پایین	معناداری t	نوع مدل
اختیار خرید								
۲۳/۱۳	۰/۰۰۰	٤۳/۲٦	۱/۳٦	۰/۰۰۲	۰/۰۸۹	-۰/۰۳۳	۰/۲۳	اثرات تصادفی
اختیار فروش								
٤۱/۱۲	۰/۰۰۰	٤۱/۲	۳/۲۳	۰/۰۲۱	۰/۰۸۳	۰/۰۱۲	۰/۰۰۰	اثرات تصادفی
بخش دوم: در سطح مطالعات آسیا								
ناهمسانی			آزمون اندازهٔ اثر					
آمارهٔ Q	سطح معناداری	آمارهٔ I^2	آمارهٔ Z	همبستگی	حد بالا	حد پایین	معناداری t	نوع مدل
اختیار خرید								
۲۵/۹۷	۰/٤۰	۳/۷٦	۷/۷۰	۰/۰۵۹	۰/۰۷۳	۰/۰٤۳	۰/۰۰۰	اثرات ثابت
اختیار فروش								
۵۰/۸۹	۰/۰۰۱	۵٤/۸۰	٤/۳۱	۰/۰٤۹	۰/۰۷۲	۰/۰۲۷	۰/۰۰۰	اثرات تصادفی

خطای مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار معاملات در سطح مطالعات منطقه‌ای (آمریکا-آسیا) مدل قیمت‌گذاری دوجمله‌ای

نتایج مربوط به ناهمگونی و اندازهٔ اثر خطای قیمت‌گذاری مطالعات انجام‌شده بر مبنای مدل قیمت‌گذاری دوجمله‌ای در سطح آمریکا و آسیا در نگارهٔ (۹) ارائه شده است. با توجه به آمارهٔ I^2 و آمارهٔ Q ارائه‌شده در دو بخش اول و دوم، وجود ناهمگونی در سطح مطالعات مشاهده می‌شود که استفاده از مدل اثرات تصادفی را الزامی می‌کند. با توجه به اندازهٔ اثر مربوط به خطای قیمت‌گذاری اختیار خرید (فروش) در سطح مطالعات آمریکا که معادل ۰/۰۱٤ (۰/۰۱) با آمارهٔ Z معادل ۱/۰۵ (۰/۳٤) است، خطای قیمت‌گذاری معنادار نیست؛ به عبارتی، مدل قیمت‌گذاری دوجمله‌ای از کارایی نسبی در قیمت‌گذاری متناسب با بازار برخوردار بوده است. اندازهٔ اثر مربوط به خطای قیمت‌گذاری اختیار خرید (فروش) در سطح مطالعات آسیایی که معادل ۰/۰۲٤ (۰/۰۲۱) با آمارهٔ Z معادل

۳/۳۲ (۳/۳۰) است، خطای قیمت‌گذاری معنادار است؛ به عبارتی، مدل قیمت‌گذاری دوجمله‌ای در سطح مطالعات آسیایی دارای کارایی نسبی در قیمت‌گذاری متناسب با بازار نیست.

نگارهٔ ۹: نتایج آزمون اندازهٔ اثر و ناهمگونی مدل قیمت‌گذاری دوجمله‌ای مطالعات آمریکا-آسیا

Table 9: Results of the test of effect size and heterogeneity of the binomial pricing model of the US-Asia studies

بخش اول: در سطح مطالعات آمریکا								
ناهمسانی			آزمون اندازهٔ اثر					
آمارهٔ Q	سطح معناداری	آمارهٔ I^2	آمارهٔ Z	همبستگی	حد بالا	حد پایین	معناداری t	نوع مدل
اختیار خرید								
٤٠/٨٢	۰/۰۰۰	٦٣/٥١	۱/۰٥	۰/۰۱٤	۰/۱۱۲	-۰/۰۰٤	۰/۲۳۱	اثرات تصادفی
اختیار فروش								
۳۱/٥۲	۰/۰۰۰	۷۰/٦۲	۰/۳٤	۰/۰۱۰	۰/۱۱۰	-۰/۰۳۹	۰/٦٥	اثرات تصادفی
بخش دوم: در سطح مطالعات آسیا								
ناهمسانی			آزمون اندازهٔ اثر					
آمارهٔ Q	درجهٔ آزادی	سطح معناداری	آمارهٔ I^2	آمارهٔ Z	همبستگی	حد بالا	حد پایین	معناداری t
اختیار خرید								
۷٤/۱۲	۱٥	۰/۰۰۰	۸۰/۱۲	۳/۳۲	۰/۰۲٤	۰/۱۰۲	۰/۰۱٥	۰/۰۰
اختیار فروش								
۷۹/۳۱	۱۲	۰/۰۰۰	٤۸/۷۰	۳/۳	۰/۰۲۱	۰/٤۱۰	۰/۰۳٤	۰/۰۰

بحث و نتیجه‌گیری

در این پژوهش، به منظور ارزیابی کارایی مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار معاملات، پس از گردآوری مقاله‌ها و پژوهش‌های کاربردی در زمینهٔ مدل‌های قیمت‌گذاری بلک-شولز، هستون و دوجمله‌ای، با استفاده از رهیافت فراتحلیل، کارایی مدل‌ها بر مبنای خطای قیمت‌گذاری در سطح مطالعات جهانی و منطقه‌ای بررسی شد. با توجه به تنوع مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار معاملات، از مدل‌هایی استفاده شد که از تعدد لازم به منظور فراتحلیل برخوردار باشند. آزمون‌های انجام‌شده در زمینهٔ ناهمگونی نشان داد در سطح کل مطالعات تحت بررسی، به‌جز مطالعات مربوط به روش قیمت‌گذاری هستون در زمینهٔ قیمت‌گذاری اختیار خرید که از همگونی برخوردار بود، سایر مطالعات از همگونی برخودار نبوده‌اند؛ بنابراین، از مدل اثرات تصادفی به منظور ارزیابی اندازهٔ اثر استفاده شده است.

در سطح مطالعات انجام‌شده در رابطه با قیمت‌گذاری اختیار خرید، به‌ترتیب بیشترین اندازهٔ اثر معنادار در رابطه با خطای قیمت‌گذاری مربوط به مدل دوجمله‌ای، هستون و بلک-شولز است. همچنین، در رابطه با قیمت‌گذاری

اختیار فروش، مقایسهٔ نتایج نشان می‌دهد به‌ترتیب مدل‌های دوجمله‌ای، بلک–شولز و هستون از بیشترین اندازهٔ اثر و کارایی کم در زمینهٔ قیمت‌گذاری برخوردار بوده‌اند.

با توجه به کارایی متفاوت بازارهای منطقه‌ای، با تفکیک مطالعات انجام‌شده در سطح آمریکا و آسیا، نتایج در این دو منطقه تحلیل مقایسه‌ای شد. تعدد کم مطالعات مشابه در سطح بازارهای اروپا و آفریقا و غیره امکان دسته‌بندی‌های بیشتر را با دشواری همراه می‌کرد. مقایسهٔ تطبیقی نتایج نشان می‌دهد اندازهٔ اثر مربوط به خطای قیمت‌گذاری اختیار خرید و فروش مدل بلک–شولز در سطح مطالعات آسیایی بیشتر از مطالعات آمریکایی است؛ به عبارتی، مدل بلک–شولز از کارایی بیشتری در قیمت‌گذاری اختیارهای بازار آمریکا نسبت به آسیا برخوردار بوده است. همچنین، مقایسهٔ تطبیقی نتایج نشان می‌دهد اندازهٔ اثر مربوط به خطای قیمت‌گذاری اختیار خرید و فروش مدل هستون در سطح مطالعات آمریکایی بیشتر از مطالعات آسیایی است؛ به عبارتی، مدل هستون از کارایی بیشتری در قیمت‌گذاری اختیارهای بازار آسیا نسبت به آمریکا برخوردار بوده است. در نهایت، نتایج مربوط به کارایی مدل قیمت‌گذاری دوجمله‌ای در سطح مطالعات آمریکایی مبین عدم معناداری خطای قیمت‌گذاری مدل دوجمله‌ای در سطح بازار آمریکاست؛ در همین حال، در سطح مطالعات آسیایی دارای کارایی نسبی در قیمت‌گذاری متناسب با بازار نبوده است.

طبق پیشینه‌های به‌دست‌آمده، سلامی (2024) به این نتیجه رسید که مدل قیمت‌گذاری اختیار خرید بلک–شولز را می‌توان برای قیمت‌گذاری اختیار خرید استفاده کرد، اما برای قیمت‌گذاری اختیار معامله فروش در بازار سهام ایالات متحده مناسب نیست. در این پژوهش نیز مشخص شد خطای قیمت‌گذاری اختیار خرید و فروش مدل بلک–شولز در سطح مطالعات آسیایی بیشتر از مطالعات آمریکایی است.

طبق نظر اوگما و بنجامین (2023) بین قیمت بازار و قیمت‌گذاری اختیار خرید وفروش بلک–شولز تفاوتی معناداری وجود دارد (Ugomma & Benjamin, 2023). ژنگ و لین (2024) مدل هستون را اعتبارسنجی نظری و تجربی کردند. طبق نتایج به‌دست‌آمده، با کالیبره‌کردن مدل با داده‌های دنیای واقعی، استحکام و ارتباط آن در بازارهای مالی فعلی ارزیابی و نشان داده شد بین مدل‌های مالی نظری و اجرای عملی آنها شکاف وجود دارد (Zheng & Lin, 2024). هو و همکاران (2024) در پژوهشی قیمت‌گذاری اختیار معامله با استفاده از روش دوجمله‌ای را بررسی کردند و نشان دادند اختیار معاملهٔ فروش در روش دوجمله‌ای به قیمت بازار نزدیک است، ولی اختیار معاملهٔ خرید به قیمت بازار نزدیک نیست. نتایج در این پژوهش نشان داد خطای قیمت‌گذاری اختیار خرید و فروش مدل هستون در سطح مطالعات آمریکایی بیشتر از مطالعات آسیایی است و همچنین، کارایی مدل قیمت‌گذاری دوجمله‌ای در سطح مطالعات آمریکایی مبین عدم معناداری خطای قیمت‌گذاری مدل دوجمله‌ای در سطح بازار آمریکا بوده است (Hu et al., 2024).

پیشنهادهای پژوهش

طبق نتایج به‌دست‌آمده، مدل قیمت‌گذاری دوجمله‌ای تفاوت معناداری کمتری با قیمت بازار دارد و می‌توان پیشنهاد داد از آنجا که مدل دوجمله‌ای مدل در پیش‌بینی قیمت دقیق‌تر و سازگارتر است، باید از این مدل در پیش‌بینی قیمت‌گذاری استفادهٔ بیشتری کرد.

همچنین، پیشنهاد می‌شود نتایج به‌دست‌آمده با انجام پژوهش‌های کیفی مبتنی بر نظرات خبرگان و متخصصان مقایسه شود تا بتواند زمینهٔ ارائهٔ نظریه‌های بومی را فراهم آورد. به علاوه، یافته‌های پژوهش می‌تواند برای سرمایه‌گذاران حرفه‌ای این پیامد را داشته باشد که در تصمیم‌های سرمایه‌گذاری به روش‌های قیمت‌گذاری توجه داشته باشند و با تسری توجه عمومی و متولیان بازار به این موضوع، موجبات افزایش شفافیت اطلاعاتی، اعتمادسازی و کاهش سرمایه‌گذاری‌های رفتاری و غیرعقلایی را فراهم آورند.

دلیل احتمالی تفاوت در بازار واقعی و مدل‌های قیمت‌گذاری می‌تواند نرخ تورم باشد. مدل‌ها را می‌توان برای در نظر گرفتن نواقص بازار اصلاح کرد، یا باید یک مدل جدید برای محاسبهٔ قیمت اختیار معامله اتخاذ شود. پژوهش‌های بیشتر باید اثرات آن را بررسی کنند.

پیشنهادهای آتی

– گفتنی است، در این پژوهش سعی شده است انحراف قیمت‌های معامله‌شده از قیمت‌های پیشنهادی مدل‌ها بررسی شود و برای پژوهش‌های آینده، می‌توان هزینه و فایدهٔ استفاده از این مدل‌ها را بررسی کرد.

– می‌توان در پژوهش‌های آتی از روش‌های قیمت‌گذاری دیگر، از جمله قیمت‌گذاری اختیار معامله به روش مونت‌کارلو و غیره نیز استفاده کرد.

– پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آتی، از روش پدیدارشناسی نیز استفاده شود و با خبرگان مالی در زمینهٔ قیمت‌گذاری اختیار معامله به روش‌های دوجمله‌ای و بلک–شولز، هستون و غیره مصاحبه شود و نتایج با این پژوهش مقایسه شود.

محدودیت‌های پژوهش

پس از شناسایی مطالعات انجام‌شده در زمینهٔ مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار معاملات، بیشترین محدودیت در زمینهٔ تعداد کم و بعضاً منحصربه‌فرد بسیاری از مدل‌های قیمت‌گذاری است که امکان فراتحلیل را با مشکل مواجه می‌کرد. همچنین، مطالعات انجام‌شده در زمینهٔ اختیار معاملات آمریکایی دارای کفایت لازم نبودند؛ از این رو، امکان بررسی کارایی بسیاری از مدل‌های قیمت‌گذاری بر مبنای جمع‌بندی ملی نتایج امکان‌پذیر نبود.

منابع

باغستانی، مریم، پیش بهار، اسماعیل، و دشتی، قادر (۱۳۹۷). قیمت‌گذاری اختیار معاملهٔ آسیایی با استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو: مطالعهٔ موردی گنجاله سویا. *مجلهٔ اقتصاد کشاورزی*، ۳(٤)، ٢٦-١.
https://doi.org/10.22034/iaes.2018.33525

پیمانی، مسلم، امیری، میثم، و سکوت، سیدمحمد (١٤٠٢). ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله با نرخ سود تصادفی در بورس اوراق بهادار تهران. *چشم‌انداز مدیریت مالی*، ۱۳، ۱ ۱۵-۹۱.
https://doi.org/10.48308/jfmp.2023.103891

حدادی، محمدرضا، و نصرالهی، حسین (١٤٠٢). مقایسهٔ قیمت‌گذاری اختیار معامله با تلاطم تصادفی در مدل هستون و هستون ناندی. *تحقیقات مالی دانشگاه تهران*، ۲۵(٤)، ۵ ۹۵-۵۷۷.
https://doi.org/10.22059/frj.2023.357704.1007451

دولو، مریم، و مسکینی مود، شایان (۱۳۹۸). بررسی عملکرد استراتژی معاملاتی مبتنی بر غلبهٔ تصادفی. *دانش مالی تحلیل اوراق بهادار*، ۱۲، ۱۷۱-۱۹۳. https://sanad.iau.ir/Journal/jfksa/Article/80352

رحمانی، علی، و سرهنگی، حجت (۱۳۹۰). تحلیل عوامل مؤثر بر استراتژی‌های معاملاتی مبتنی بر بازده سهام. *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۹، ۱ ٠٤-۷۹.
https://dorl.net/dor/20.1001.1.22519165.1390.2.9.5.7

طهماسبی، نرگس، و بهرادمهر، نفیسه (١٤٠٠). قیمت‌گذاری قرارداد اختیار معاملهٔ سکهٔ طلا در بازار بورس کالای ایران: رویکرد بلک-شولز و برابری خرید و فروش. *اقتصاد و مالی*، ۳، ٦٩-٩٢.
https://www.doi.org/10.30495/fed.2022.697605

فتحی، سعید، و فاضلیان، زینب (١٤٠١). فراتحلیلی بر کارایی بازار قراردادهای اختیار و استراتژی‌های آربیتراژ. *تحقیقات مالی*، ٢٤(٣)، ٣٢٩-٣٥٢. https://doi.org/10.22059/frj.2022.334373.1007265

فتحی، سعید، و هاشمی، سیده حوریه (۱۳۹۹). تأثیر متغیرهای منتخب کلان بر کارایی بازار اختیارات؛ رویکرد فراتحلیل نقض محدودیت‌های آربیتراژ قیمت‌گذاری اختیارات. *چشم‌انداز مدیریت مالی*، ۱۰(۳)، ۸۱-۹۸.
https://doi.org/10.52547/jfmp.10.30.81

نبوی چاشمی، علی، و قاسمی، جابر (۱۳۹۳). کاربرد درخت دوجمله‌ای در محاسبهٔ پارامترهای حساسیت ریسک و قیمت اختیار معامله در بورس سهام. *فصلنامهٔ مدیریت*، ۱۱، ۱۰۱-۱۱۹.
https://www.sid.ir/paper/489590/fa

نصیری، کورش، و عسکرزاده، غلامرضا (١٤٠٢). بررسی تجربی مدل قیمت‌گذاری بلک-شولز در معاملات اختیار خرید بورس اوراق بهادار تهران. *اقتصاد مالی*، ۱۷(٤)، ۵۱-۷۲.
https://www.doi.org/10.30495/fed.2023.707979

References

Altintig, Z. A., & Butler, A.W. (2005). Are they still called late? the effect of notice period on calls of convertible bonds. *Journal of corporate finance, 11*, 337–350 . https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.394060

Arora, K., & Sharma, M. (2019). Empirical study on pricing efficiency of black scholes model of option pricing with special reference to equity options in india. *Research Guru: Online Journal of Multidisciplinary Subjects*, *12*(4), 471-478. https://www.researchguru.net/volume/Volume%2012/Issue%204/RG62.pdf

Baghestani, M., Pishbahar, E., & Dashti, Gh. (2018). Pricing asian options using monte carlo simulation: A case study of soybean meal. *Agricultural Economics*, *12*(3), 1-26. https://doi.org/10.22034/iaes.2018.33525 [In Persian]

Bajaj, P., & Kaur, J. (2020). Recent developments and applicability of the black and scholes model in option pricing: A literature review. *MUDRA: Journal of Finance account, 7*(2), 158-183. https://doi.org/10.17492/jpi.mudra.v7i2.722034

Barndor_Nielsen, E., & Shephard, N. (2001). Non-gaussian ornstein-uhlenbeck-based models and some of their uses in fiancial economics. *Journal of Royal statistical society, Series B, 63*(2), 167-241. https://doi.org/10.1111/1467-9868.00282

Bates, D. (1996). Jump and stochastic volatility: exchange rate processes implicit in deutsche market options. *Review of Financial Studies, 9*, 69-107. https://doi.org/10.1093/rfs/9.1.69

Bolfake, A., Nourollah Mousavi, S., & Mashayekhi, S.(2023). Deep learning for option pricing under heston and bates models. *Journal of Mathematics and Modeling in Finance, 3*(1), 67-82. https://doi.org/10.22054/jmmf.2023.73263.1085

Chauhan, A., & Gor, R. A. (2020). Comparative study of modified black-scholes option pricing formula for selected Indian call options. *IOSR Journal of Mathematics, 16*, 16–22. https://doi.org/10.9790/5728-1605011622

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2nd Ed.). New York: Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203771587

Chowdhury, R., Nourin Alam, T., Chowdhury, M. R., & Al-Quaderi, G. (2020). Predicting the stock price of frontier markets using machine learning and modified black–scholes option pricing model. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, *555*(1). https://doi.org/10.1016/j.physa.2020.124444

Cox, J. C., Ross, S. A., & Rubinstein, M. (1979). Option pricing: a simplified approach. *Journal of Financial Economics*, *7*(3), 229-263. https://doi.org/10.1016/0304-405X(79)90015-1

Dolu, M., & Meskini-Maud, Sh. (2019). Investigating the performance of a trading strategy based on stochastic dominance. *Financial Knowledge of Securities Analysis, 12*, 171-193. https://sanad.iau.ir/Journal/jfksa/Article/80352 [In Persian]

Duffie, D., & Filipović. W. (2003). Schachermayer. Affine processes and applications in finance. *The Annals of Applied Probability*, *13*(3), 984-1053, August 2003. https://doi.org/10.1214/aoap/1060202833

El Euch, O., & Rosenbaum, M. (2016). The characteristic function of rough heston model. *arXiv:1609.02108*. Preprint to Appear in mathematical finance. https://arxiv.org/abs/1609.02108

Erkan, K. (2020). *European option pricing under the rough heston model using the COS method* [MSc Thesis applied mathematics]. Electrical engineering, mathematics and computer science. https://resolver.tudelft.nl/uuid:721510e7-6393-4b5e-af07-75063ced210c

Fathi, S., & Fazelian, Z. (2022). A meta-analysis on the efficiency of the option market and arbitrage strategies. *Financial Research, 24*(3), 329-352. https://doi.org/10.22059/frj.2022.334373.1007265 [In Persian]

Fathi, S., & Hashemi, S. H. (2020). The effect of selected macro variables on options market efficiency; a meta-analysis approach to violating options pricing arbitrage constraints. *Financial Management Perspectives, 10*(3), 81-98. https://doi.org/10.52547/jfmp.10.30.81 [In Persian]

Gerbessiotis, A. V. (2003). Trinomial-tree based parallel option price valuations. *Parallel Algorithms and Applications, 18*(4), 181-196.

https://doi.org/10.1080/10637190310001633655

Grasselli, M. (2016). The 4/2 stochastic volatility model: a uni_ed approach for the heston and the 3/2 model. *Mathematical Finance, 27*(4), 1013-1034. https://doi.org/10.1111/mafi.12124

Haddadi, M. R., & Nasrollahi, H. (2023). Comparison of option pricing with stochastic volatility in heston and heston nandi models. *Financial Research, 25*(4), 577-595. https://doi.org/10.22059/frj.2023.357704.1007451 [In Persian]

Heston, S. (1993). A closed form solution for options with stochastic volatility with appli cations to bond and currency options. *Review of Financial Studies, 6*(2), 327-344. https://www.jstor.org/stable/2962057

Hu, J., Kirilova, A., Park, G. S., & Ryu, D. (2023). Who profits from trading options. *Management Science*, 1-45. http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3867129

Hu, Y., Lindquist, W. B., Rachev, S. T., & Fabozzi, F. J.(2024). Option pricing using a skew random walk binary tree. *Journal of Risk Financial Manag, 17*, 138. https://doi.org/10.3390/jrfm17040138

Hunter, J., & Schmidt, F. (1990). Methods of mera analysts: correcting error and blas in rsearch finding. *Journal of the American Statistical Association, 86*, 242-244. https://doi.org/10.2307/2289738

Kallsen, J., Muhle-Karbe, J., & VoB, M. (2011). Pricing option on variance in a_ne stochastic volatility models. *Mathematical Finance, 21*, 627-641. https://www.math.cmu.edu/~jmuhleka/qvaffine

Lilyana, B., Subartini, R., & Supriatna, A. K. (2021). Calculation of call option using trinomial tree method and black-scholes method case study of microsoft corporation. *Journal of Physics: Conference Series, 1722*. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1722/1/012064

Lin, S., & He, X. (2020). A regime switching fractional Black–Scholes model and european option pricing. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 85*. https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2020.105222

Luo, Y., & Wang, Zh. (2023). A Review of the option pricing model and further development. *Proceedings of the 2nd International Conference on Financial Technology and Business Analysis* (pp. 96-103). https://doi.org/10.54254/2754-1169/64/20231499

Miao, Y. (2023). A Binomial tree-based empirical study on the biases of american call option. *Highlights in Business, Economics and Management, 40*. https://doi.org/10.54097/z09bzy93

Nabavi Chashmi, A., & Ghasemi, J. (2014). Application of binomial tree in calculating risk sensitivity parameters and option price in stock exchange. *Journal of Management*, *11*, 101-119. https://www.sid.ir/paper/489590/fa [In Persian]

Nasiri, K., & Askarzadeh, Gh. R. (2023). An empirical study of the Black-Scholes pricing model in call option transactions on the Tehran Stock Exchange. *Financial Economics*, *17*(4), 51-72. https://www.doi.org/10.30495/fed.2023.707979 [In Persian]

Peng, Z., Xinrui, Q., & Chui, Z. (2024). Convertible bond pricing in chinese transportation industry a comparison methods between binomial tree model and black-scholes model. *International Journal of Management, Finance and Accounting, 5*(2). https://doi.org/10.33093/ijomfa.2024.5.2.13

Peymani, M., Amiri, M., & Sokot, S. M. (2023). Valuation of options with stochastic interest rates in tehran stock exchange. *Financial Management Perspectives*, *13*, 91-115. https://doi.org/10.48308/jfmp.2023.103891 [In Persian]

Pinto, V. H. F. (2018). *Empirical performance of three option pricing models* [Mestrado em Finanças]. Repositório do iscte. http://hdl.handle.net/10071/17877.

Priyatna, M., Arifin, S., & Fitrianah, D. (2023). Black-scholes and monte-carlo simulation: design of a web-based stock option pricing accuracy comparison application. *International Journal of Intelligent Systems and Applications in Engineering, 11*(3), 480-488. https://www.ijisae.org/index.php/IJISAE/article/view/3202

Qian, L., Zhao, J., & Ma, Y. (2022). Option pricing based on GA-BP neural network. *Procedia Computer Science, 199*, 1340-1354. https://doi.org/10.1016/j.procs.2022.01.170

Rahmani, A., & Sarhangi, H. (2012). Analysis of factors affecting trading strategies based on stock returns. *Financial Engineering and Securities Management*, *9*, 104-79. https://dorl.net/dor/20.1001.1.22519165.1390.2.9.5.7 [In Persian]

Roul, R. (2022). Design and analysis of a high order computational technique for time-fractional black–scholes model describing op-tion pricing. *Mathematical Methods in the Applied Sciences, 45*(9), 5592-5611. https://doi.org/10.1002/mma.8130

Salami, M. (2024). Empirical examination of the Black-Scholes model: evidence from the united states stock market. *Fronties in Applid Mathmatics Statistics, 10.* https://doi.org/10.3389/fams.2024.1216386

Sand, D., & Borchgrevink-Persen, M. (2017). *Performance of option trading strategies: evidence for individual stocks and the OBX during 2005-2015* [Master thesis]. Oslo and Akershus University College. https://hdl.handle.net/10642/5561

Sepp, A. (2008). Pricing options on realized variance in the heston model with jumps in returns and volatility. *Journal of Computational Finance, 11*, 33-70.
https://doi.org/10.21314/JCF.2008.185

Shang, Q., & Byrne, B. (2020). American option pricing: optimal lattice models and multidimensional efficiency tests. *Journal of Futures Markets*. Available at SSRN. 1-30 . https://doi.org/10.1002/fut.22178

Shvimer, Y., & Herbon, A. (2020). Comparative empirical study of binomial call-option pricing methods using S&P 500 index data. *The North American Journal of Economics and Finance, 51*, 101071. https://doi.org/10.1016/j.najef.2019.101071

Subalakshmi, D., & Rajkumar, K. P. (2022). Analysis of testing the pricing efficiency of options using greeks and BSM in nifty index. *Business and Economics Journal (Bus Econ J), 13*(11), 1-8. http://doi: 10.37421/2151-6219.2022.13.412

Tahmaseb, N., & Behradmehr, N. (2022). Pricing of gold coin options in the iranian commodity exchange: black-scholes approach and bid-ask parity. *Financial Economics*, *16*, 69-92. https://www.doi.org/10.30495/fed.2022.697605 [In Persian]

Ugomma, A., & Benjamin, F. (2023). An empirical verification on the performance of black-scholes option pricing model in nigerian stock market. *International Journal of Modern Science and Research Technology, 1*(1).
https://www.researchgate.net/publication/373520786_An_Empirical_Verification_on_the_Performance_of_Black-Scholes_option_Pricing_Model_in_Nigerian_Stock_Market

Xiang, Sh. (2025). Research on option pricing method based on the black-scholes model. *Economics and Management Innovation*, *2*(1), 69-77. https://doi.org/10.71222/k8mkc798

Xiong, Ch. (2020). *Option pricing in heston model using finite element methods.* https://modelmania.github.io/main/

Xu, L., Zhang, H., & Wang, F. L. (2023). Pricing of arithmetic average asian option by combining variance reduction and quasi-monte carlo method. *Mathematics, 11*, 1-14. https://doi.org/10.3390/math11030594

Zhang, M., & Zheng, X. (2023). Numerical approximation to a variable-order time-fractional black–scholes model with applications in option pricing. *Comput. Econ., 62*(2), 1155-1175. https://doi.org/10.1007/s10614-022-10295-x

Zheng, C., & Lin, X. (2024). Theoretical and empirical validation of heston model. *Papers 2409.12453, arXiv.org*, revised Oct 2024. https://doi.org/10.48550/arXiv.2409.12453

[1] Google
[2] ScienceDirect
[3] Springer
[4] Emerald
[5] ProQuest
[6] EBSCO
[7] Scopus